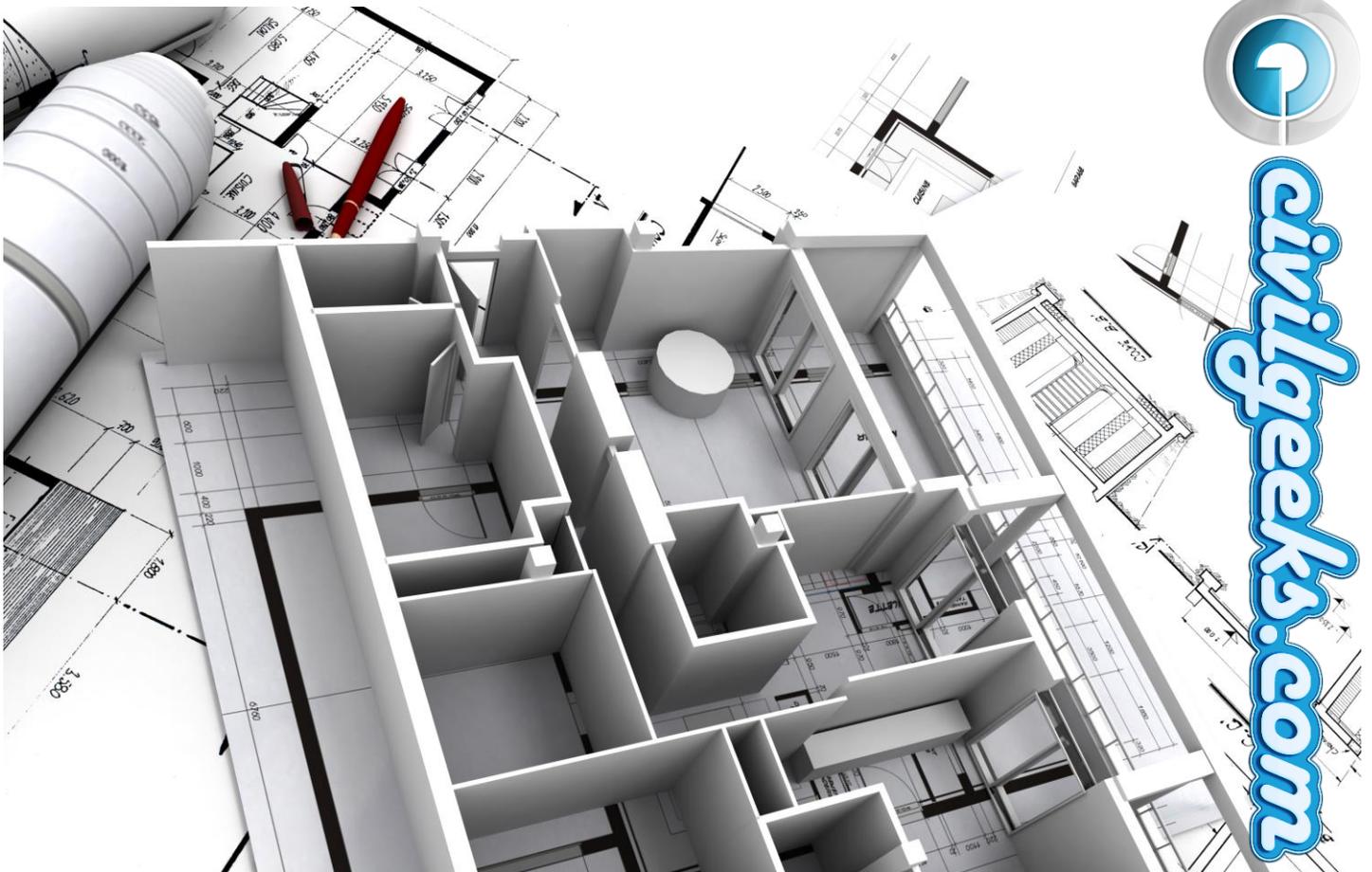


# DISEÑO DE ESTRUCTURAS PARA ARQUITECTOS



  
civilgeeks.com

SAUL DIAZ GODINEZ

# ÍNDICE

	<i>Página</i>
Introducción . . . . .	2
<b>CAP. I. EL DISEÑO ESTRUCTURAL . . . . .</b>	<b>5</b>
Principales materiales estructurales . . . . .	6
Elementos estructurales básicos . . . . .	13
Principales sistemas estructurales . . . . .	23
<b>CAP. II. CONCRETO REFORZADO . . . . .</b>	<b>39</b>
Introducción . . . . .	39
Carga axial . . . . .	53
Tensión . . . . .	60
Flexión simple . . . . .	61
Cortante . . . . .	64
Diseño por viento . . . . .	67
Cimentaciones superficiales . . . . .	68
Cimentaciones profundas . . . . .	75
Losas . . . . .	78
Vigas . . . . .	91
Columnas . . . . .	98
<b>CAP. III. ESTRUCTURAS DE ACERO . . . . .</b>	<b>103</b>
Introducción . . . . .	103
Tensión . . . . .	108
Compresión . . . . .	120
Flexión . . . . .	125
Cortante . . . . .	129
<b>CAP. IV. ESTRUCTURAS DE MADERA . . . . .</b>	<b>133</b>
Tensión . . . . .	135
Compresión . . . . .	136
Flexión . . . . .	137
Cortante . . . . .	138
Ejercicios finales . . . . .	139
Anexos . . . . .	141
Bibliografía . . . . .	149

## INTRODUCCIÓN

Para la mente humana, todo aquello que existe posee una estructura; para los sentidos, todo lo perceptible tiene forma. Estructura y forma son productos de la constante comunicación entre el ser y el universo; son conocimiento e información particulares de los componentes, relaciones, contornos, masa, proporción y cualidades de los cuerpos existentes; son el ordenamiento mental y material de elementos significativos dentro de la experiencia humana.

Aquello que carece de estructura definida es un fenómeno perceptual o imaginario que sólo posee forma tangible o posible. Aquello que carece de forma, no existe para el ser humano; puede estar dentro de lo desconocido, lo imperceptible; la nada. No está ni dentro de lo habitual ni dentro de lo posible. Es la anti-forma.

La estructura del universo es producto de la capacidad humana para discernir relaciones significativas y ordenar los fenómenos que percibe o imagina; capacidad de aprehender el universo, relacionar sus partes, delimitar esferas de desempeño y calificar sus comportamientos. Es al mismo tiempo, resultado de la necesidad humana de rehacer constantemente el universo en nuevas relaciones, nuevas partes, nuevos significados.

La forma es el límite espacio-temporal de cuerpos y conceptos. Desde el mínimo elemento o partícula hasta el máximo universo, la forma define límites y establece contornos; otorga identidad y comunicabilidad a cuerpos y conceptos. La forma es producto de la capacidad para aprehender perceptualmente el universo y elaborar imágenes significativas y es el resultado de las necesidades de rehacer el universo mediante transformaciones que generan nuevos cuerpos y conceptos, con un desempeño asignado del propósito o la finalidad, con un significado particular y una apariencia definida.

La verdadera innovación es aquella que afecta tanto a la estructura como a la forma de la vida. Lo que afecta sólo a la forma es insubstancial, lo que afecta sólo la estructura es trascendental, pero incompleto.

Estructura y forma son producto de fases importantes del comportamiento humano: análisis conocimiento comprensión; invención y producción. El arquitecto muchas veces se dirige hacia la estructura a través de la forma; pero el arquitecto creativo se dirige hacia la forma a través de la estructura, no con carácter exclusivo sino como un alternar de estados de relación. El ser científico-creativo es aquel ideal que antaño representaron Leonardo y Miguel Angel. El ser comprometido necesita conocer la estructura y transformar la forma de su universo. La especialización ha llevado a disociar en nosotros el interés científico y el afán creativo. En el futuro se deben integrar en el balance de la actitud objetiva y distante del científico y la actitud compasiva y expresiva del creador, en todos los aspectos de la existencia humana. Los postulados que aíslan la posibilidad de generar un universo formalmente gratificante, de una búsqueda de estructuración interna de la sociedad, en cualquiera de los dos sentidos, presentan un aspecto incompleto del futuro. Por atender a un solo aspecto se descuida el otro. Pero la existencia humana es integral y exige atender no sólo a su perfección o adecuación estructural, sino también a su formalización, no sólo correcta sino creativa. En lo creativo se unen estructura y forma en una relación en la cual, cada una de ellas está resuelta correctamente y se trasciende el contenido para enriquecer el aspecto; se allana lo puramente utilitario y se busca la gratificación.

Antiguamente, se construía con mampostería y madera con métodos artesanales, que tenían una tradición secular. Las posibilidades contenidas eran limitadas y los sistemas de ejecución fueron posteriormente los mismos durante largo tiempo. Todo esto debe estar relacionado con el hecho de que salieran a la luz, pocos, pero muy definidos y característicos, estilos arquitectónicos. Dentro de este marco técnicamente limitado, el diseñador exterior, generalmente muy despierto y estrechamente ligado al arte de la profesión, hacía posible una variedad asombrosa.

Con base en la ilustración nacida en Francia y como efecto de la Revolución Industrial, se introdujeron en la construcción los conocimientos de las ciencias naturales y nuevos materiales, abriendo nuevas posibilidades técnicas y estructurales. El ámbito y diferenciación de los conocimientos necesarios se incrementaron de modo que tuvo que llegarse de esta tarea a la formación de especialidades, la propia del arquitecto, predominante diseñador, y la propia del ingeniero, responsable de la estabilidad y parte estructural.

Esta “especialización”, sin embargo, corresponde más a las diferentes aptitudes de las personas que a una repartición lógica para solucionar las complejas tareas en el campo de la construcción. Entre otras, esta solución tiene el peligro de que los conocimientos propios de los ingenieros y de los arquitectos estén tan poco relacionados que no puedan alcanzarse resultados óptimos en la ejecución y diseño de los diferentes tipos de construcciones.

Para hacer frente a este peligro, este libro quiere ser de utilidad para los arquitectos, para diseñar y ejecutar estructuras de concreto reforzado, acero y madera (las más comunes en nuestro medio). Su objeto es familiarizar al lector con los elementos constructivos típicos, sus posibilidades de utilización y los conceptos básicos en las propiedades y posibilidades de los materiales, así como sus principios fundamentales. Se dan ayudas que permiten fijar, de manera lógica, las secciones de cada uno de los elementos hasta llegar al cálculo de edificios de importante embergadura, con un mínimo de cálculos teóricos. Teniendo siempre en cuenta como elemento rector que **las normas, la intuición y el sentido común, son la parte esencial de un buen juicio estructural, que produce buenos conceptos y excelentes diseños. Las computadoras y los reglamentos solo están para confirmar lo ya intuido.**

## *Capítulo I*

# EL DISEÑO ESTRUCTURAL

### **Propiedades estructurales básicas**

Las características que hacen que un material sea adecuado para cumplir funciones estructurales se relacionan con sus propiedades mecánicas y con su costo, principalmente. Las estructuras civiles implican grandes volúmenes y no permiten el empleo de materiales de resistencia extraordinariamente alta y de comportamiento estructural excelente, pero de costo muy elevado, como los que usan con frecuencia en las estructuras aeronáuticas y aeroespaciales. Comúnmente, el material debe cumplir dentro de la construcción funciones adicionales a las puramente estructurales. La estructura no suele ser un mero esqueleto resistente recubierto y protegido por otros componentes que tienen la función de formar una envoltura externa y de subdividir los espacios. Frecuentemente la estructura misma debe cumplir parcialmente estas funciones, por lo que el material que la compone debe tener, además de características estructurales adecuadas, propiedades de impermeabilidad y durabilidad ante la intemperie y de aislamiento térmico y acústico, por ejemplo. Además de la estructura integrada al resto de los componentes constructivos debe poder proporcionar cualidades estéticas a la construcción.

Obviamente, no existe un material estructural óptimo; la opción más conveniente en cada caso depende tanto de la función estructural como de las propiedades no estructurales que son deseables para una situación específica.

Las propiedades estructurales de un material se definen en forma rigurosa por medio de sus leyes constitutivas, o sea del conjunto de ecuaciones que describen el estado de deformaciones que se presenta en el material ante cada posible estado de esfuerzos, así como los estados que corresponden a condiciones de falla. De una manera más sencilla las principales propiedades de un material pueden representarse mediante curvas esfuerzo-deformación obtenidas de ensayos estándar ante condiciones uniaxiales de esfuerzos (de compresión o tensión). Se ignoran en estos ensayos, efectos como los de la velocidad y permanencia de la carga, los de repeticiones y alteraciones de esfuerzos y los de estados multiaxiales de esfuerzos. A pesar de estas limitaciones, las curvas esfuerzo, deformación en tensión y en compresión, recabadas de ensayos en condiciones estándar, proporcionan una información relevante acerca del comportamiento de un material.

Hay algunas características no propiamente estructurales que tienen una influencia relevante en el comportamiento y en el aprovechamiento que puede darse a un material dado dentro de una estructura. Una de ellas es el peso; en materiales de gran peso volumétrico y de resistencia no muy alta, buena parte de la resistencia debe destinarse a soportar su propio peso, como en el caso de un puente de concreto, por ejemplo. Se ha llegado a manejar como medida de la eficiencia estructural de un material a la relación entre su resistencia y su peso volumétrico. Es, sin embargo, muy limitado el valor que puede darse a las comparaciones de eficiencia que se hacen en estos términos, ya que la conveniencia de uno u otro material depende de muy diversas funciones, estructurales y no, que debe cumplir la estructura.

Otro aspecto que influye en la posibilidad de usar eficientemente un material es la posibilidad de darle forma más adecuada para la función estructural a la que está destinado, tanto en lo relativo a la forma de la sección como a la de los elementos y sistemas estructurales básicos. Propiedades también relevantes son la durabilidad, o sea la capacidad de mantener inalteradas sus características con el tiempo y ante el efecto de condiciones ambientales severas, y la de requerir poco mantenimiento para alcanzar dicha durabilidad.

## PRINCIPALES MATERIALES ESTRUCTURALES

La gran gama de materiales que pueden llegar a emplearse con fines estructurales es muy amplia. Aquí sólo se destacarán algunas de las peculiaridades del comportamiento estructural de los materiales más comúnmente usados.

Los materiales *pétreos* de procedencia natural o artificial fueron, junto con la madera, los primeros utilizados por el hombre en sus construcciones. Se caracterizan por tener resistencia y módulo de elasticidad en compresión relativamente altos y por una baja resistencia en tensión. La falla es de carácter frágil, tanto en compresión como en tensión. El material formado por un conjunto de piedras naturales o artificiales unidas o sobrepuestas se denomina *mampostería*. Las zonas de contacto entre las piezas o piedras individuales constituyen planos de debilidad para la transmisión de esfuerzos de tensión y de cortante. La unión entre las piedras individuales se realiza en general por medio de juntas de morteros de diferentes composiciones. La mampostería de piedras artificiales está constituida por piezas de tamaño pequeño con relación a las dimensiones del elemento constructivo que con ellas se integra. Las piezas pueden tener una gran variedad de formas y de materiales constitutivos; entre los más comunes están el tabique macizo o hueco de barro fabricado de manera artesanal o industrializado, el bloque hueco de concreto y el tabique macizo del mismo material, así como el ladrillo sílico-calcáreo. En la construcción rural se emplean también el adobe (tabique de barro sin cocer) y el suelo-cemento (barro estabilizado con cemento, cal o materiales asfálticos). El concreto simple suele clasificarse dentro de la categoría de las mamposterías, debido a que sus características estructurales y de tipo de fabricación y empleo son semejantes. Aunque no presenta los planos débiles debido a uniones, su resistencia en tensión es muy baja y suele despreciarse en el diseño.

Las propiedades estructurales de la mampostería están sujetas en general a dispersiones elevadas debido al poco control que puede ejercerse sobre las características de los materiales constructivos y sobre el proceso de construcción que es en general esencialmente artesanal. Valores típicos del coeficiente de variación de la resistencia en compresión de elementos de mampostería se encuentra entre 30 y 40 por ciento, aunque los elementos de piezas fabricadas industrialmente y construidos con mano de obra cuidadosa pueden lograrse valores substancialmente menores. Por la elevada variabilidad de las propiedades, los factores de seguridad fijados por las normas para el diseño de estructuras de mampostería son mayores que los que corresponden a los otros materiales estructurales.

El aprovechamiento mejor de la mampostería para fines estructurales se tiene en elementos masivos que estén sometidos esencialmente a esfuerzos de compresión, como los muros y los arcos. Se emplea también cuando se quiere aprovechar el peso del elemento estructural para equilibrar esfuerzos de tensión inducidos por las cargas externas; tal es el caso de los muros de contención. La mampostería tiende a entrar en desuso en los países industrializados debido a que requiere el uso intensivo de mano de obra, lo que la hace poco competitiva con otros materiales. Sin embargo, sigue teniendo amplio campo de aplicación en muchos países, cada vez más en relación con las piezas de tipo industrializado y de mejores propiedades estructurales.

El refuerzo de los materiales pétreos permite eliminar la principal limitación estructural de la mampostería, o sea su baja resistencia a esfuerzos de tensión. En general, el refuerzo consiste en varillas de acero integradas a la mampostería en las zonas y en la dirección en las que pueden aparecer tensiones.

El *concreto reforzado* es el más popular y desarrollado de estos materiales, ya que aprovecha en forma muy eficiente las características de buena resistencia en compresión, durabilidad, resistencia al fuego y moldeabilidad del concreto, junto con las de alta resistencia en tensión y ductilidad del acero, para formar un material compuesto que reúne muchas de las ventajas de ambos materiales componentes. Manejando de manera adecuada la posición y cuantía del refuerzo, se puede lograr un

comportamiento notablemente dúctil en elementos sujetos a flexión. Por el contrario, el comportamiento es muy poco dúctil cuando la falla está regida por otros estados límite como cortante, torsión, adherencia y carga axial de compresión. En este último caso puede eliminarse el carácter totalmente frágil de la falla si se emplea refuerzo transversal en forma de zuncho. El concreto está sujeto a deformaciones importantes por contracción y flujo plástico que hacen que sus propiedades de rigidez varíen con el tiempo. Estos fenómenos deben ser considerados en el diseño, modificando adecuadamente los resultados de los análisis elásticos y deben tomarse precauciones en la estructuración y el dimensionamiento para evitar que se presenten flechas excesivas o agrietamientos por cambios volumétricos.

Por su moldeabilidad, el concreto se presta a tomar las formas más adecuadas para el funcionamiento estructural requerido y, debido a la libertad con que se puede colocar el refuerzo en diferentes cantidades y posiciones, es posible lograr que cada porción de la estructura tenga la resistencia necesaria para las fuerzas internas que se presentan. El monolitismo es una característica casi obligada del concreto colado en sitio; al prolongar y anclar el refuerzo en las juntas pueden transmitirse los esfuerzos de uno a otro elemento y se logra continuidad en la estructura.

Las dimensiones generalmente robustas de las secciones y el peso volumétrico relativamente alto del concreto hacen que el peso propio sea una acción preponderante en el diseño de las estructuras de este material y en el de las cimentaciones que las soportan. Los concretos elaborados con agregados ligeros se emplean con frecuencia en muchos países para reducir la magnitud del peso propio. Se incrementan, sin embargo, en estos casos las deformaciones por contracción y flujo plástico y se reduce el módulo de elasticidad para una resistencia dada.

Mediante una dosificación adecuada de los ingredientes, puede proporcionarse la resistencia a compresión más conveniente para la función estructural que debe cumplirse. Aunque para las estructuras comunes resulta más económico emplear resistencias cercanas a  $250 \text{ kg/cm}^2$ , éstas pueden variarse con relativa facilidad entre  $150$  y  $500 \text{ kg/cm}^2$  y pueden alcanzarse valores aún mayores con cuidados muy especiales en la calidad de los ingredientes y el proceso de fabricación.

La variabilidad de las propiedades mecánicas es reducida si se observan precauciones rigurosas en la fabricación, en cuyo caso son típicos coeficientes de variación de la resistencia en compresión poco superiores a 10 por ciento. Se tienen dispersiones radicalmente mayores cuando los ingredientes se dosifican por volumen y sin tomar en cuenta la influencia de la humedad y la absorción de los agregados en las cantidades de agua necesarias en la mezcla. Coeficientes de variación entre 20 y 30 por ciento son frecuentes en estos casos para la resistencia en compresión.

Una modalidad más refinada del concreto reforzado permite eliminar o al menos reducir, el inconveniente del agrietamiento del concreto que es consecuencia natural de los esfuerzos elevados de tensión a los que se hace trabajar al acero de refuerzo. Este problema se vuelve más importante a medida que los elementos estructurales son de proporciones mayores y aumentan las fuerzas que se quieren desarrollar en el acero, como es el caso de vigas de grandes claros para techos y para puentes. Esta modalidad es el **concreto presforzado** que consiste en inducir esfuerzos de compresión en las zonas de concreto que van a trabajar en tensión y así lograr que bajo condiciones normales de operación, se eliminen o se reduzcan los esfuerzos de tensión en el concreto y, por tanto, no se produzca agrietamiento. Las compresiones se inducen estirando el acero con que se refuerza la sección de concreto y haciéndolo reaccionar contra la masa de concreto. Para evitar que el presfuerzo inicial se pierda en su mayor parte debido a los cambios volumétricos del concreto, se emplea refuerzo de muy alta resistencia (superior a  $15,000 \text{ kg/cm}^2$ ).

Otras modalidades de refuerzo del concreto han tenido hasta el momento aplicación limitada, como el refuerzo con fibras cortas de acero o de vidrio, dispersas en la masa de concreto para proporcionar resistencia a tensión en cualquier dirección así como alta resistencia al impacto; o como el

refuerzo con placas de acero plegadas en el exterior del elemento con resinas epóxicas de alta adherencia.

También en la mampostería se ha usado refuerzo con barras de acero con la misma finalidad que para el concreto. *La mampostería reforzada* ha tenido un adelanto mucho menor que el concreto reforzado, porque su empleo casi obligado es en muros, donde bajo las cargas verticales las solicitaciones son casi siempre sólo de compresión. Es poco práctico construir vigas y losas de mampostería, en las que se requiere refuerzo de tensión.

En zonas sísmicas y en construcciones que pueden estar sujetas a hundimientos diferenciales de sus apoyos, debe preverse la aparición de tensiones por flexión o por tensión diagonal en los muros de mampostería y es necesario proporcionar algún tipo de refuerzo. El refuerzo puede ser en el interior de piezas huecas, como los bloques de concreto, o concentrado en pequeños elementos aislados, como en mampostería de piedra natural o artificial de piezas macizas.

La *madera* tiene características muy convenientes para su uso como material estructural y como tal se ha empleado desde los inicios de la civilización. Al contrario de la mayoría de los materiales estructurales, tiene resistencia a tensión superior a la de compresión, aunque esta última es también aceptablemente elevada. Su buena resistencia, su ligereza y su carácter de material natural renovable constituyen las principales cualidades de la madera para su empleo estructural. Su comportamiento es relativamente frágil en tensión y aceptablemente dúctil en compresión, en que la falla se debe al pandeo progresivo de las fibras que proporcionan la resistencia. El material es fuertemente anisotrópico, ya que su resistencia es notablemente mayor en la dirección de las fibras que en las ortogonales de ésta. Sus inconvenientes principales son la poca durabilidad en ambientes agresivos, que puede ser subsanada con un tratamiento apropiado, y la susceptibilidad al fuego, que puede reducirse sólo parcialmente con tratamientos retardantes y más efectivamente protegiéndola con recubrimientos incombustibles. Las dimensiones y formas geométricas disponibles son limitadas por el tamaño de los troncos; esto se supera en la madera laminada pegada en que piezas de madera de pequeño espesor se unen con pegamentos de alta adhesión para obtener formas estructuralmente eficientes y lograr estructuras en ocasiones muy atrevidas y de gran belleza.

El problema de la anisotropía se reduce en la madera contrachapeada en el que se forman placas de distinto espesor pegando hojas delgadas con las fibras orientadas en direcciones alternadas en cada chapa.

La unión entre los elementos de madera es un aspecto que requiere especial atención y para el cual existen muy diferentes procedimientos. Las propiedades estructurales de la madera son muy variables según la especie y según los defectos que puede presentar una pieza dada; para su uso estructural se requiere una clasificación que permita identificar piezas con las propiedades mecánicas deseadas. En algunos países el uso estructural de la madera es muy difundido y se cuenta con una clasificación estructural confiable; en otros su empleo con estos fines es prácticamente inexistente y es difícil encontrar madera clasificada para fines estructurales.

De los materiales comúnmente usados para fines estructurales, el *acero* es el que tiene mejores propiedades de resistencia, rigidez y ductilidad. Su eficiencia estructural es además alta; debido a que puede fabricarse en secciones con la forma más adecuada para resistir flexión, compresión u otro tipo de solicitación. Las resistencias en compresión y tensión son prácticamente idénticas y pueden hacerse variar dentro de un intervalo bastante amplio modificando la composición química o mediante trabajo en frío. Hay que tomar en cuenta que a medida que se incrementa la resistencia del acero se reduce su ductilidad y que al aumentar la resistencia no varía el módulo de elasticidad, por lo que se vuelven más críticos los problemas de pandeo local de las secciones y global de los elementos. Por ello, en las estructuras normales la resistencia de los aceros no excede de 2500 kg/cm<sup>2</sup>, mientras que para refuerzo de concreto, donde no existen problemas de pandeo, se emplean con frecuencia aceros de 6000 kg/cm<sup>2</sup> y para presfuerzo hasta de 20,000 kg/cm<sup>2</sup>. La continuidad entre

los distintos componentes de la estructura no es tan fácil de lograr como en el concreto reforzado, y el diseño de juntas, soldadas o atornilladas en la actualidad, requiere de especial cuidado para que sean capaces de transmitir las solicitaciones que implica su funcionamiento estructural.

Por ser un material de producción industrializada y controlada, las propiedades estructurales del acero tienen generalmente poca variabilidad. Coeficientes de variación del orden de 10 por ciento son típicos para la resistencia y las otras propiedades. Otra ventaja del acero es que su comportamiento es perfectamente lineal y elástico hasta la fluencia, lo hace más fácilmente predecible la respuesta de las estructuras de este material. La alta ductilidad del material permite redistribuir concentraciones de esfuerzos. Las extraordinarias cualidades estructurales del acero, y especialmente su alta resistencia en tensión, han sido aprovechadas estructuralmente en una gran variedad de elementos y materiales compuestos, primero entre ellos el concreto reforzado y el presforzado; además en combinación con madera, plásticos, mampostería y otros.

La posibilidad de ser atacado por la corrosión hace que el acero requiera protección y cierto mantenimiento en condiciones ambientales severas. El costo y los problemas que se originan por este aspecto son suficientemente importantes para que inclinen la balanza hacia el uso de concreto reforzado en algunas estructuras que deben quedar expuestas a la intemperie, como los puentes y ciertas obras marítimas, aunque en acero podría lograrse una estructura más ligera y de menor costo inicial.

Existe una gran variedad de otros materiales que llegan a emplearse para fines estructurales, pero cuya aplicación a la fecha ha sido muy limitada. El aluminio tiene excelente resistencia, pero su módulo de elasticidad relativamente bajo y su costo impiden su utilización en la mayoría de las estructuras civiles, aunque no en estructuras especiales en que su bajo peso representa una ventaja decisiva, como en los aviones y en los muebles. Se llegó a pensar que los plásticos, en un gran número de modalidades, llegarían a constituir un material estructural preponderante; sin embargo, su alto costo y su susceptibilidad al fuego han limitado grandemente su desarrollo en este sentido. La resina reforzada con fibra de vidrio ha tenido algunas aplicaciones estructurales importantes en las que se ha aprovechado su moldeabilidad, ligereza, alta resistencia a tensión y costo razonable. Es de esperarse que en el futuro se desarrollen y popularicen materiales diferentes; sin embargo, la tendencia desde hace varias décadas ha sido hacia el mejoramiento de las propiedades de los materiales existentes, más que hacia el desarrollo de materiales radicalmente diferentes.

## ELEMENTOS ESTRUCTURALES BÁSICOS

### Elementos lineales

Los elementos más sencillos que pueden identificarse en una estructura son aquellos que se moldean como líneas, o sea que tienen una de sus dimensiones mucho mayor que las otras dos. Estos elementos se tratarán aquí en función del tipo de solicitación que en ellos predomina.

Entre los ejemplos más sencillos pueden distinguirse dos casos: el *tirante* como elemento de eje recto sujeto a una carga actuante en dirección de su eje, y el *cable colgante* que sirve para resistir cargas transversales y que toma la configuración adecuada a cada sistema de carga que está sujeto. Un aspecto especialmente importante en el diseño de un elemento en tensión es la necesidad de un anclaje. Este elemento transmite la fuerza en él aplicada a un punto de apoyo que puede ser otra parte de la estructura o el terreno. Cuando la reacción se transmite a la estructura, puede introducir en ella solicitaciones importantes, cuando se transmite al terreno debe ser contrarrestada ya sea por gravedad, mediante un elemento de anclaje cuyo peso equilibre la reacción, ya sea por fricción entre

un elemento de anclaje y el terreno. El dispositivo de anclaje puede resultar complejo y costoso, ya que suelen introducirse en él concentraciones de esfuerzos muy elevadas.

Otra característica de los elementos de tensión es su escasa o nula rigidez para fuerzas que actúan fuera de su eje. Con frecuencia los tirantes se diseñan con cierta rigidez transversal para que absorban flexiones accidentales, como diagonales de armaduras, por ejemplo.

El material obvio para trabajar en tensión es el acero, por su alta resistencia y por la relativa facilidad de ser anclado. En elementos largos y en estructuras importantes es común utilizar aceros de muy alta resistencia para aprovechar al máximo la potencialidad de este material, aunque con ello se presentan mayores dificultades en el anclaje. Cuando no se pretende que el elemento tenga rigidez transversal, la sección ideal es la circular, barra maciza o cable. El concreto reforzado se emplea en ocasiones en tirantes, aunque aquí la función del concreto es puramente de protección del refuerzo que es el que proporciona resistencia a tensión. La ventaja de un *tirante de concreto* es que puede funcionar como puntal si las cargas llegan a cambiar de sentido y requieren que el elemento trabaje a compresión. El anclaje de tirantes de concreto se realiza normalmente por adherencia de las barras de concreto dentro de la parte de la estructura contra la que se aplica la reacción. El empleo del refuerzo en tirantes de concreto reduce el problema del agrietamiento ante esfuerzos de tensión. La buena resistencia a tensión de la madera permitiría su uso como tirante, sin embargo las dificultades de anclaje hacen poco conveniente el empleo de este material para dicho fin, excepto para elementos cortos, como diagonales de armadura. La mampostería obviamente es inadecuada por su pobre resistencia a tensión.

El *poste* es el elemento barra sujeto a compresión axial. Su denominación más común de *columna* es más apropiada cuando está sujeto a condiciones de carga más complejas que incluyen flexión. Cuando el poste es inclinado adquiere el nombre de *puntal*. El estado de compresión perfectamente axial es meramente ideal en las estructuras ya que, por las condiciones de continuidad o imperfección de la construcción, siempre se presentan excentricidades accidentales de la carga aplicada, las cuales dan lugar a que ésta se encuentre acompañada de cierta flexión.

El equivalente del cable colgante para esfuerzos de compresión es el *arco*. Sin embargo, mientras que el cable cambia de forma para transmitir las cargas a los apoyos por medio de tensión puramente axial, el arco es una estructura rígida que transmite las cargas a los apoyos por compresión pura sólo si su forma corresponde exactamente al funicular de las cargas aplicadas. Cualquier desviación de esta trayectoria implica la aparición de flexiones para que la carga pueda ser transmitida a los apoyos. La magnitud de las flexiones es proporcional a la desviación (excentricidad) entre el eje del arco y el funicular de cargas. La reacción en el apoyo tiene un componente horizontal, llamada cocomo, que introduce problemas en el resto de la estructura, especialmente cuando el arco es elevado. Variando la geometría del arco se modifica la magnitud de las flexiones que se introducen y la del cocomo.

Las mamposterías y el concreto han sido los materiales más comunes para la construcción de arcos, aprovechando su alta resistencia en compresión y su bajo costo. El arco es la forma natural de transmitir cargas transversales con estos materiales que no tienen capacidad apreciable en tensión y por tanto no son aptos para transmitirla por flexión como en las vigas, sino sólo por compresión como en los arcos. El acero es también adecuado para esta forma estructural, aunque los problemas de pandeo suelen regir su diseño, por lo cual las secciones abiertas de gran momento de inercia son las más adecuadas en este caso.

Una barra sujeta a cargas normales a su eje es una *viga*, aunque este nombre se le asigna comúnmente sólo cuando la barra es horizontal. Una viga resiste y transmite a sus apoyos la carga por medio de flexión y cortante. La variación de esfuerzos normales a lo largo de la sección define una resultante de compresión y una de tensión que deben ser iguales, ya que la carga axial externa es nula. La magnitud del momento máximo que puede resistir la sección está definida por a magnitud

de las resultantes de los esfuerzos internos de tensión y compresión que pueden desarrollarse y del brazo de palanca de dichas fuerzas. En una sección rectangular cuando se alcanza el esfuerzo máximo en la fibra extrema, más de la mitad de la sección esta sujeta a menos de la mitad de dicho esfuerzo máximo, por lo tanto la sección es poco eficiente, al contrario de lo que ocurre para la carga axial de tensión o de compresión en que toda la sección está sujeta a un esfuerzo máximo constante. Para aumentar la eficiencia de una sección conviene concentrar más área cerca de los extremos. En acero las secciones I son ideales para esta función; en el concreto reforzado la sección T proporciona una mayor área de concreto en la parte superior para equilibrar en compresión la fuerza de tensión que puede desarrollar el acero en la parte inferior de la sección.

Además de la flexión principal, otros estados límite rigen el dimensionamiento de una viga: la falla por cortante, el pandeo lateral del patín de compresión y el pandeo local de la zona en compresión suelen resultar críticos para definir las dimensiones del alma de la viga, de su momento de alrededor del eje débil y de los espesores de las diferentes partes de la sección, respectivamente. Ocasionalmente, las vigas deben resistir, además momentos flexionantes en dirección normal al plano de las cargas principales, así como momentos torsionantes. Todo ello hace la sección que puede resultar óptima para fines de resistir la flexión principal no es necesariamente la más adecuada al considerar los otros estados límite.

Un aspecto importante en las vigas es la revisión del estado límite de deflexiones. En elementos sujetos a compresión o a tensión axial las deformaciones son muy pequeñas y no suelen regir el dimensionamiento. En vigas con mucha frecuencia el momento de inercia necesario esta regido por el comportamiento de los requisitos de las flechas máximas admisibles y no por el de resistencia.

Otra diferencia de la viga con respecto al tirante y al poste es que, mientras que en estos últimos los esfuerzos son prácticamente constantes en todo el elemento, en vigas los diafragmas de momentos y de cortantes varían de una a otra sección según la forma de apoyo y el tipo de carga. En materiales como la madera y el acero, las formas disponibles obligan casi siempre a proporcionar en todas las secciones de un elemento, propiedades uniformes e iguales a las que se requieren únicamente en las secciones críticas, por lo que en la mayoría de las secciones la resistencia será superior a la necesaria. En el concreto reforzado se tiene mucho más facilidad para variar la resistencia de una sección a otra, cambiando la cantidad y posición del refuerzo de manera de tener la resistencia distribuida en forma similar a la requerida por el diafragma de momentos debido a las cargas actuantes.

Para un funcionamiento eficiente como viga es esencial contar con materiales con apreciable resistencia en tensión; de allí que el acero solo o como refuerzo del concreto, y la madera sean los materiales más empleados para formar estos elementos estructurales. El uso de la madera como se ha dicho, esta restringido a claros relativamente pequeños por las limitaciones de dimensiones disponibles de los elementos, aunque este inconveniente puede ser superado en la madera laminada pegada. En el acero se cuenta con una amplia gama de perfiles laminados y además con la posibilidad de obtener secciones de formas más adecuadas al uso específico, armándolas a partir de placas y perfiles soldados. Los problemas de pandeo lateral, de pandeo local y de flexiones rigen frecuentemente el diseño de vigas de este material. Para vigas de tamaño pequeño, las secciones más eficientes son las que se forman doblando en frío laminas delgadas de acero de alta resistencia; esto da lugar a secciones muy eficientes, no solo en flexión principal, sino también para pandeo lateral y local y para flexión sobre el eje débil. Secciones muy eficientes son también las de alma abierta en las que la fuerza cortante no se resiste a través de un medio continuo, sino de elementos diagonales, dando lugar a un funcionamiento como armadura.

Es en la viga donde el concreto reforzado, y especialmente el presforzado, encuentra su aplicación más eficiente al integrar un material compuesto que aprovecha las ventajas de sus dos materiales componentes. En el concreto reforzado elaborado en sitio la búsqueda de secciones más eficientes que la rectangular, o la T, no se justifique en general por el mayor costo de la cimbra. Por el

contrario, en los elementos prefabricados, generalmente presforzados, es usual emplear secciones de formas más elaboradas en las que se obtiene un mayor aprovechamiento del material con menor área, lo que redundaría en un ahorro no solo por menor costo de material, sino principalmente por menor peso propio de la viga.

Existe un gran número de secciones compuestas en que se trata esencialmente de combinar una parte prefabricada con alta resistencia en tensión con otra buena resistencia en compresión, de menor costo y generalmente que pueda formar sistemas de piso. Para que se garantice el trabajo conjunto de la sección compuesta es necesario que se cuente con capacidad para transmitir esfuerzos tangenciales en la superficie de contacto, lo que puede lograrse por fricción, adhesión o por anclaje mecánico.

### Elementos planos

Un grupo importante de elementos estructurales básicos se caracteriza por tener una dimensión muy pequeña con respecto a las otras dos y una superficie media plana. Estos elementos se identifican con el nombre genérico de *placas*, aunque adquieren nombres más específicos según la función estructural principal que desempeñan.

Las placas sujetas a cargas normales a su plano y apoyadas en sus bordes o en algunos puntos son típicas de los sistemas de piso y techo, aunque cumplen un gran número de otras funciones en diferentes estructuras. Cuando son de concreto, o de piedra o de construcción compuesta con estos materiales, se denominan *losas*.

Una placa apoyada solamente en dos de sus bordes en una misma dirección, funciona esencialmente como una viga ancha, ya que transmite la carga a los apoyos por medio de flexión en una dirección. Cuando la carga es uniforme es válido considerar una franja de losa de ancho unitario y diseñarla como viga. En realidad el comportamiento es ligeramente distinto debido a las restricciones que existen a las deformaciones que se originan en dirección transversal por efecto de Poisson.

La placa sobre apoyos rígidos en todo su perímetro se flexiona con doble curvatura y su comportamiento puede visualmente considerando que una fracción de la carga se transmite por flexión en una dirección y el resto por flexión en la otra. De esta forma la eficiencia es muy superior a la de la placa que trabaja en una sola dirección. La porción de la carga que transmite en cada dirección depende de la relación de claros. En las placas muy alargadas domina la flexión en la corta dirección, así que estas se analizan como apoyadas en una sola dirección.

La placa sobre apoyos flexibles se flexiona también en dos direcciones, pero la parte de la carga que es transmitida por flexión de la losa en dirección X debe ser transmitida por flexión en la dirección Y y por las vigas de apoyo. De la misma forma, la fracción de la carga que es resistida por la losa por flexión en dirección Y es recibida por las vigas de apoyo y debe ser por estas transmitida a las columnas por flexión en dirección X. Por consiguiente el total de la carga debe ser resistido por flexión tanto en dirección X como en Y, sea por la losa misma o por los elementos de apoyo, por lo cual conviene considerar la losa y sus elementos de apoyo como un solo sistema que debe ser capaz de resistir la flexión generada en ambas direcciones por la totalidad de la carga.

En la placa apoyada sobre columnas, el total de la carga produce flexión en dirección X Y en dirección Y. En este caso las franjas de la losa que se encuentran sobre columnas pueden visualmente como vigas que toman la mayor parte de la flexión. De lo que se aprecia que el funcionamiento es similar al del caso anterior.

La flexión es la fuerza interna dominante en las placas con cargas normales a su plano. La fuerza cortante a veces llega a regir el diseño. Para la distribución de los momentos flexionantes y de las reacciones en los apoyos existen soluciones analíticas cerradas para un gran número de condiciones de carga y de apoyo, así como de formas de la losa bajo la hipótesis de comportamiento elástico-lineal. Para condiciones irregulares de forma, de carga o de apoyo, no es posible resolver la ecuación

ción diferencial de la placa y es necesario recurrir a métodos numéricos, de elementos finitos por ejemplo, o procedimientos aproximados.

Una placa es un elemento altamente hiperestático. Para los materiales usuales que forman estos elementos —acero o concreto reforzado con bajas cuantías de refuerzo—, se tiene un comportamiento muy dúctil que permite grandes redistribuciones de momentos. La distribución de momentos obtenida de la teoría elástica se altera sustancialmente en cuanto se produce agrietamiento en el concreto y más aún cuando se alcanza el momento de fluencia en las secciones críticas. La capacidad de carga de la losa se alcanza cuando se forma una configuración de líneas de fluencia suficiente para dar lugar a un mecanismo. La distribución de momentos tiende a uniformarse en las diferentes secciones lo cual justifica el empleo de métodos aproximados que suponen momentos constantes en franjas que abarcan la mitad central y los cuartos extremos.

Por ser elementos que trabajan a flexión, las losas sufren deformaciones importantes bajo carga, de manera que la limitación de la flecha y vibración en condiciones de servicio es el aspecto que rige normalmente el espesor de la placa.

El concreto reforzado es el material más empleado en losas por su costo relativamente bajo y por otras propiedades favorables de tipo no estructural. La madera contrachapeada se emplea solo para claros pequeños. El acero tiene la ventaja de su alta resistencia en tensión, pero, excepto en claros muy pequeños, el espesor que se requiere por rigidez es muy superior al necesario por resistencia, de manera que su empleo en placas macizas se limita a pequeños claros. Para obviar esta desventaja conviene que la placa de acero tenga formas que proporcionen alta rigidez con poco espesor, tales como la placa nervada o la rejilla. Para placa en una dirección, la lámina corrugada proporciona un elevado momento de inercia con un peso mínimo de material, lo que la hace muy adecuada para transmitir flexión, de modo que su uso es muy difundido especialmente para cargas ligeras. Una forma muy eficiente de aumentar rigidez y resistencia consiste en utilizar un material de alta resistencia, y generalmente de costo elevado, en forma de láminas delgadas extremas de la sección y otro material de poco costo y peso como alma, para proporcionar peralte a la sección y resistir esfuerzos cortantes. Esto da lugar a láminas llamadas placas sandwich que se pueden formar en un gran número de materiales.

La aseveración de que la fuerza cortante no es significativa para el diseño de placas, es válida generalmente para aquellas que están apoyadas en todo su perímetro, pero no lo es para las que descansan sobre apoyos puntuales. En este caso la reacción de la columna se equilibra por esfuerzos cortantes elevados en la superficie vertical de contacto con la placa; si estos son excesivos se produce una falla por punzonamiento o penetración de la columna a través de la losa. Este aspecto rige generalmente el espesor de la placa o hace necesario un engrosamiento o un refuerzo local para evitar este modo de falla.

El **muro** es una placa vertical en que predominan generalmente las cargas verticales que están distribuidas de manera uniforme en toda la longitud del muro por medio de un sistema de piso. Por ello es usualmente aceptable aislar una longitud unitaria de muro y diseñarla como una columna. Por su poco espesor, bastan pequeños momentos flexionantes o ligeras excentricidades en la carga vertical para reducir notablemente la resistencia. Por la misma razón, los efectos de esbeltez (pandeo) suelen ser importantes, de manera que la carga axial resistente de los muros corresponde a esfuerzos de compresión inferiores a los que se aceptan en columnas; los métodos de diseño suelen ser empíricos. El concreto y la mampostería son los materiales clásicos para muros. La madera se emplea en forma de tablero con armazón y cubierta de la misma madera contrachapeada o de otros materiales.

El **muro panel** sujeto a cargas laterales en su plano es un elemento común en edificios y en estructuras tipo cajón en donde se aprovecha la gran rigidez lateral que estos elementos tienen por su

considerable peralte, para limitar las deflexiones horizontales de la estructura. Pueden distinguirse diversas modalidades.

El **muro diafragma** es un elemento de rigidización ante cargas en el plano de la estructura, debido a las cuales va a estar sujeto a un estado de cortante en el plano. Su función es equivalente a la de diagonales de arrostramiento y en muchos métodos simplificados de análisis se idealiza como tal.

El **muro de rigidez** no se encuentra, como el diafragma, enmarcado en un sistema estructural que absorbe las cargas axiales y de flexión; por tanto, aunque su función esencial es la de rigidizar y resistir cargas laterales en su plano, deberá resistir además de esfuerzos cortantes, esfuerzos normales debidos a carga axial y a flexión. Cuando la relación altura a longitud de estos muros no es muy baja, predominan los efectos de flexión en lo que respecta a las deflexiones y modo de falla.

Los materiales empleados son los mismos mencionados para muros sujetos a carga vertical. En los muros diafragma de mampostería y concreto, el refuerzo no es indispensable debido a que se presentan tensiones diagonales por el efecto de cortante, existe un efecto de puntal de compresión que sigue siendo efectivo aún después del agrietamiento diagonal. En los muros de rigidez el refuerzo es esencial para proporcionar la resistencia a momentos flexionantes.

El muro sujeto a cargas normales a su plano funciona como una losa y valen los comentarios anteriores. Casos típicos son las paredes de tanques y depósitos y los muros de contención en la flexión y el volteo debidos al empuje de la tierra son aspectos críticos.

Una placa que actúa como viga con flexión en su plano se denomina **viga-diafragma**. La diferencia con respecto a una viga normal es que, por la baja relación claro-peralte (menor de cuatro) las deformaciones de cortante predominan sobre las de flexión y la hipótesis de secciones planas no es aceptable. Se trata de elementos de alta rigidez que se emplean especialmente cuando es necesario transferir grandes cargas concentradas de una a otra posición. Además de los problemas de flexión y cortante, los de pandeo pueden regir su diseño.

### Elementos de superficie curva

En incisos anteriores se vio como puede aprovecharse la forma de un elemento lineal para transferir cargas transversales a los apoyos de la manera más eficiente. Este toma la forma de un cable para equilibrar las cargas exteriores mediante tensión axial o de un arco para hacerlo por medio de compresión. De manera semejante un elemento placa puede tomar la curvatura más adecuada para transmitir cargas por medio de esfuerzos axiales.

La **membrana** es un elemento superficial de espesor pequeño que colgándose de sus apoyos, toma la forma que le permite eliminar la flexión y transformar en tensión las cargas transversales aplicadas. Es el equivalente en el espacio del cable colgante que adquiere bajo una condición de carga dada se denomina, en forma semejante a lo que se hacía para el cable, superficie funicular. Sus características de funcionamiento estructural son también similares a las del cable; gran eficiencia estructural con mínimo peso propio de la estructura; rigidez transversal despreciable que lleva a la necesidad de cambiar de forma para soportar cada estado de fuerzas diferente; transmisión de elevadas fuerzas de anclaje concentradas en algunos puntos y con dirección inclinada que exigen una estructura de soporte que puede resultar particularmente costosa.

La rigidez de una membrana se incrementa notablemente si se aplican tensiones en sus extremos para que quede presforzada antes de la carga. De esta manera la membrana sufre sólo pequeños cambios de forma al pasar de un estado de carga a otro. Una forma muy conveniente de lograr buena rigidez es una membrana asociando una doble curvatura con presfuerzo. El material ideal para membrana es el acero, por su alta resistencia en tensión; este se utiliza ya sea en superficies continuas, como en el caso de paredes de recipientes a tensión, o en redes de cables, como en las cubiertas colgantes. Las lonas de fibras naturales o artificiales han sido también empleadas en cubiertas colgantes y resultan muy eficientes.

La acción de membrana se desarrolla también como un mecanismo secundario para resistir fuerzas en elementos planos de espesor no despreciable que transmiten las cargas por flexión. Si estos llegan a tener flechas muy elevadas en relación a su espesor, comienzan a resistir las cargas por efecto de membrana al colgarse de sus apoyos.

El *cascarón* es un elemento de superficie curva que resiste cargas esencialmente por esfuerzos de compresión. El cascarón es la membrana como el arco es el cable: para que esté sujeto a compresión pura su forma debe ser el inverso del funicular de cargas. Esto es que deben considerarse en el diseño. Por lo cual, la transmisión de cargas implica casi siempre la aparición de tensiones, de cortantes y ocasionalmente de flexiones cuya magnitud debe tratarse de mantener mínima por medio de la adopción de la forma más eficiente y, especialmente, con el aprovechamiento de la doble curvatura. Por otra parte, debido a los pequeños espesores que se logran en los cascarones por la gran eficiencia estructural de su forma, la resistencia puede estar regida por pandeo local de la superficie. También, por la misma razón, la resistencia del cascarón ante flexiones es reducida, por lo que su capacidad para soportar cargas concentradas es pequeña, excepto en zonas donde las curvaturas sean muy grandes. Otro aspecto que debe tomarse en cuenta son las concentraciones de esfuerzos que suelen presentarse en los apoyos y en los bordes, las que requieren frecuentemente de engrosamientos locales o de elementos de rigidización.

Los cascarones pueden tomar formas muy variadas y se prestan a crear estructuras de gran belleza. Las de geometría más sencilla son los cascarones cilíndricos, o superficies de translación, que son las que se generan por la translación de una línea recta sobre una línea curva plana. La translación de un arco de círculo sobre una línea recta da lugar a la bóveda cilíndrica, en la cual la acción de cascarón se genera en una sola dirección, mientras por flexión; pero con mucha eficiencia debido al gran momento de inercia de la sección. Un funcionamiento semejante tienen las láminas corrugadas y las placas plegadas.

## PRINCIPALES SISTEMAS ESTRUCTURALES

Una estructura está formada generalmente por un arreglo de elementos básicos como los descritos anteriormente. El arreglo debe aprovechar las características peculiares de cada elemento y lograr la forma más eficiente del sistema estructural global, cumpliendo con las restricciones impuestas por el funcionamiento de la construcción y por muchos otros aspectos.

Conviene hacer algunas consideraciones iniciales acerca de ciertas características deseables de los sistemas estructurales. De manera semejante de lo que se estableció para los materiales y elementos, las características estructurales más importantes de un sistema estructural son su resistencia, rigidez y ductilidad. El sistema debe poder resistir de manera eficiente las diversas condiciones de carga a las que puede estar sometida la estructura y poseer rigidez para diferentes direcciones en que las cargas pueden actuar, tanto verticales como horizontales. Conviene que posea ductilidad, en el sentido de que no baste que se alcance un estado límite de resistencia en una sola sección para ocasionar el colapso brusco de la estructura, sino que esta posea capacidad para deformarse sosteniendo su carga máxima y, posea una reserva de capacidad antes del colapso. A este respecto hay que recalcar las ventajas de la hiperestaticidad del sistema. Mientras mayor es el grado de hiperestaticidad, mayor es el número de secciones individuales que tienen que llegar a su máxima capacidad antes de que se forme un mecanismo; esto siempre que los modos de falla que se presenten sean dúctiles y que las secciones tengan suficiente capacidad de rotación.

### Sistemas formados por barras

Con arreglos de barras pueden formarse esquemas estructurales muy diversos, de los cuales puede hacerse una primera subdivisión entre *arreglos triangulares*, tipo armadura, y *arreglos tipo marco*. En los primeros las cargas externas se resisten esencialmente por fuerzas axiales en los miembros. En los arreglos no triangulados, o tipo marco, la transmisión de las cargas implica la aparición de flexión y cortante. También puede hacerse una distinción entre los sistemas bidimensionales, o

aquellos que pueden considerarse compuestos por subsistemas más bidimensionales factibles de analizarse en forma independiente, y los sistemas que solo pueden analizarse como tridimensionales. Otro aspecto importante es diferenciar el comportamiento estructural de losa apoyo, es el tipo de unión entre las barras, que puede ser apoyo simple, articulación o nodo rígido capaz de transmitir momentos.

La *armadura plana* es un sistema formado por barras rectas articuladas en sus extremos y arregladas de manera que formen triángulos cuya alta rigidez para fuerzas en su plano hace que las cargas exteriores se resistan exclusivamente por fuerzas axiales en los elementos. El sistema sirve, igual que la viga, para transmitir a los apoyos cargas transversales y puede visualizarse de hecho como una viga de alma abierta en que el momento flexionante en cada sección se equilibra, no a través de variación continua de esfuerzos normales, las cuerdas superior e inferior. La fuerza cortante se equilibra por fuerzas axiales en los elementos diagonales y verticales. El material se aprovecha de manera sumamente eficiente en las armaduras, debido a que todos los elementos están sujetos a cargas axiales que son, además uniformes en toda su longitud, Esto aunado a sus claros grandes. En los arreglos triangulares tipo armadura lo más recomendable es que las barras que estén sujetas a compresión deben ser lo más corto posible para evitar de esta manera los esfuerzos de pandeo y pandeo local, involucrados con la compresión, no sucediendo lo mismo para los elementos en tensión, donde la longitud relativamente no es importante.

En la práctica, el tipo de conexión que se emplea para la mayoría de materiales y procedimientos constructivos es el más cercano a un nodo rígido que a una articulación, de manera que estos sistemas deberían modelarse más rigurosamente como arreglos triangulares de barras conectadas rígidamente. Sin embargo, por el arreglo triangular de las barras y por estar la mayor parte de las cargas aplicadas en los nodos, los momentos flexionantes que se introducen son en general pequeños y las diferencias con respecto a los resultados de un análisis considerando los nodos articulados son despreciables. Por tanto, es válida la idealización como armadura, con lo que el análisis resulta mucho más sencillo y el comportamiento mucho más claro de visualizar.

La triangulación es el aspecto clave de una armadura; del arreglo apropiado de los elementos depende la eficiencia de la transmisión de cargas. Conviene evitar que los lados de los triángulos formen ángulos muy agudos para lograr alta rigidez (ángulos entre 30 y 60° son apropiados). La longitud de los elementos debe limitarse de manera que la resistencia no se vea reducida sustancialmente por efectos de pandeo.

Entre los arreglos de barras que no son triangulados, el más elemental que puede imaginarse para transmitir cargas de un techo a piso a la cimentación es el que obtiene por la simple superposición de vigas sobre postes, de manera que cada uno cumple su función sin una interacción compleja entre ellos: las vigas trasladan las cargas hacia sus apoyos y los postes las bajan a la cimentación. Este arreglo, denominado comúnmente *poste y dintel*, es la forma más elemental de marco y es uno de los sistemas estructurales primitivos empleados por el hombre para sus construcciones. En este sistema no existe transmisión de momentos entre vigas y columnas, lo que hace muy clara y más fácil de calcular la distribución de fuerzas internas en los elementos, pero da lugar a que la transmisión de cargas sea poco eficiente, especialmente para fuerzas laterales. La resistencia a cargas laterales se funda en el trabajo en voladizo de los postes que deben estar empotrados en la cimentación, de lo contrario solo contarían con las fuerzas de la gravedad para contrarrestar el momento de volteo. En la actualidad el sistema se emplea en construcciones de un nivel en que las cargas que deben resistirse son muy bajas y excepcionalmente en construcciones de varios niveles, pero en combinación con otros sistemas estructurales que proporcionen la rigidez y resistencia a carga lateral. El empleo más común es en estructuras de elementos prefabricados de concreto y en naves industriales.

En un marco propiamente dicho la transmisión de esfuerzos de una a otra barra no se realiza por simple superposición sino que existe una conexión entre ellas que proporciona capacidad para

transmitir no solo compresiones sino también tensiones y cortantes. La conexión puede ser una articulación aunque en la mayoría de las estructuras modernas se resuelve mediante un nodo rígido con capacidad de transmitir, además de las fuerzas internas ya mencionadas, momentos flexionantes. Se obtiene así el llamado *marco rígido*, cuyas principales ventajas con respecto al de poste y dintel son una mayor proyección contra acciones accidentales que pueden introducir tensiones en las conexiones y, especialmente, un aumento sustancial de la resistencia y rigidez ante cargas laterales. El marco rígido es, además una estructura hiperestática en la cual, cuando el material es dúctil, si se sobrepasa el intervalo lineal de comportamiento, se presentan redistribuciones importantes de momentos y se puede tener una notable reserva de capacidad. El comportamiento y eficiencia de un marco rígido dependen, por ser una estructura hiperestática, de la rigidez relativa de vigas y columnas. Para que exista una restricción efectiva a los giros en los extremos de las columnas y vigas, de manera que ante cargas laterales y verticales un tablero adopte configuraciones deformadas, las rigideces relativas deben encontrarse dentro de ciertos límites.

Ante cargas verticales, la restricción al giro de los extremos de las vigas, impuestas por su continuidad con las columnas, hace relativamente rígido el sistema. En las columnas, las cargas se transmiten esencialmente por fuerzas axiales, excepto cuando haya asimetrías importantes en la geometría de la estructura o en la distribución de las cargas verticales. Por el contrario, las cargas horizontales se resisten esencialmente por flexión tanto en las vigas como en las columnas, lo que hace que el control de las deformaciones sea un aspecto importante en el diseño de estructuras a base de marcos que deban resistir cargas laterales de cierta consideración, especialmente cuando se trate de marcos de varios niveles.

Para que el sistema funcione efectivamente como marco rígido es fundamental el diseño detallado de las conexiones para proporcionarles rigidez y capacidad de transmitir momentos. La continuidad del nodo es sencilla de lograr en estructuras de concreto fabricadas en sitio y en las de acero, mientras que se dificulta notablemente en las estructuras de concreto prefabricadas. En la madera a estructuración a base de marcos es poco común; para proporcionar continuidad en los nodos son necesarios procedimientos de conexión más complejos que los usuales.

El marco es el sistema estructural más común en las estructuras modernas, en las que constituye generalmente el esqueleto vertical resistente, particularmente en los edificios. Sus ventajas residen no solo en una buena eficiencia estructural, sino sobre todo en que ocasiona una mínima interferencia con el funcionamiento de la construcción, al permitir gran libertad en el uso de el espacio encerrado.

Ocasionalmente, el marco se emplea como viga para transmitir cargas transversales hacia los apoyos. Se denomina en este caso viga "*virendeel*" y tiene la desventaja grave con respecto a la armadura de que, al no existir triangulación de barras, la fuerza cortante en cada tablero no resiste por fuerzas axiales sino por flexión y cortante en las cuerdas. A pesar de esta desventaja, el hecho de que la falta de diagonales permite el paso a través del tablero, hace atractivo este sistema en algunas construcciones, especialmente cuando se interrumpen ejes de columnas que vienen de pisos superiores porque se requiere un claro mucho más considerable en un nivel inferior.

Una de las mayores limitaciones de los marcos rígidos, que es su excesiva flexibilidad ante cargas laterales, se supera si se recurre a contraventeo que por su alta rigidez absorben la mayor parte de las cargas laterales. Más adelante, al comentar acerca de los sistemas estructurales para edificios de varios niveles, se entrará en mayor detalle sobre estos sistemas compuestos.

### **Sistemas a base de placas**

Mediante arreglos verticales (muros) y horizontales (losas) se pueden formar sistemas de diversas características, los que en general se pueden denominar *tipo cajón*. La sobreposición de placas simplemente apoyadas en una sola dirección y muros, integra un sistema equivalente al poste y el dintel y que tiene limitaciones semejantes. La falta de continuidad en los apoyos lo hace muy vulne-

rable ante acciones accidentales que pueden introducir tensiones verticales o esfuerzos cortantes en la conexión. La principal limitación es la escasa resistencia a cargas laterales que deben ser resistidas por flexión normal al plano de los muros: por los espesores normalmente delgados de los muros, estos resultan débiles a flexión. El sistema fue muy empleado en edificios de varios pisos a base de muros de carga de mampostería en zonas no sísmicas, pero se tenía que recurrir a espesores cada vez más exagerados a medida que crecía el número de pisos.

Si se obtiene la continuidad en las conexiones muro-losa, se logra una acción de marco con la cual se reducen los momentos y las deflexiones de la losa, pero se introducen flexiones en los muros ante cargas verticales. Esta solución es posible en materiales que presentan resistencia a tensión, como el concreto reforzado o el acero. Ante cargas laterales, la acción de marco proporciona cierta rigidez y resistencia; sin embargo, el sistema resulta en general poco eficiente debido a que los momentos de inercia de los elementos placa son pequeños por su espesor reducido.

El arreglo ideal para elementos placa es un sistema tipo *cajón tridimensional*. La losa se apoya en su perímetro con lo que su rigidez y resistencia ante cargas verticales aumentan notablemente. La ventaja más importante es que, existen elementos verticales en dos direcciones ortogonales, las fuerzas laterales en una dirección cualquiera son resistidas por los muros mediante de las fuerzas en su plano, para lo cual poseen gran rigidez y resistencia. Para el funcionamiento en cajón se requiere que la losa forme un diafragma horizontal que tenga alta rigidez para cargas en su plano, de manera que las cargas laterales se puedan transmitir a los muros más rígidos en cada dirección. Las conexiones losa-muro deben ser capaces de resistir fuerzas cortantes y también tensiones en estructuras de altura notable, por los momentos de volteo producidos por las cargas laterales.

Las cargas verticales se transmiten a la cimentación esencialmente por fuerzas axiales en los muros, los momentos flexionantes transmitidos por las losas son en general pequeños por ser estas de claros reducidos y con apoyo en dos direcciones. Las cargas laterales se resisten como se ha dicho por flexión de los muros en su plano. Si la relación altura a longitud de los muros es pequeña predominan las deformaciones de cortante en el comportamiento de los muros, de lo contrario las deformaciones son debidas principalmente a flexión de los muros, que funcionan como voladizos verticales. El sistema tipo cajón es claramente tridimensional y con frecuencia no se presta a ser dividido en subsistemas bidimensionales, especialmente cuando los muros no son placas rectangulares separadas, sino que tienen geometrías irregulares formando aveces secciones de tipo tubular.

Este tipo de estructuración es el común en los edificios a base de muros de carga alineados en dos direcciones ortogonales. Se emplean muros de mampostería y losa de concreto o muros y losa de concreto, esto último principalmente con elementos prefabricados, para los cuales es particularmente crítico el diseño de las conexiones. En edificaciones de pocos pisos el sistema tipo cajón se integra también con tableros de madera.

### **Otros sistemas estructurales**

Existen innumerables sistemas que pueden formarse con combinaciones de los elementos lineales, planos o curvos.

Para los principales tipos de estructuras civiles existen estructuraciones comunes cuyas ventajas han sido comprobadas con el tiempo. No debe perderse de vista que prácticamente todos los sistemas estructurales son tridimensionales y que su descomposición en subsistemas planos tiende a ignorar la interacción entre ellos y el comportamiento de conjunto. En particular, pueden ser importantes los momentos torsionantes que se generan entre un sistema plano y los ortogonales a este y las solicitaciones que pueden presentarse por la asimetría en planta de la estructura.

### **Sistemas de piso**

En la mayoría de las construcciones, y principalmente en los edificios, pueden identificarse dos subsistemas estructurales acerca de los cuales pueden tomarse algunas decisiones independientes,

relativas a la solución más conveniente, antes de proceder al análisis de la estructura completa. Estos subsistemas son el horizontal y los sistemas de piso, y el vertical, o de soporte. A pesar de esta subdivisión, es importante tener en mente que el sistema estructural de la construcción es una sola unidad y que la interacción entre los diversos subsistemas no es en general despreciable.

Casi toda construcción requiere pisos con superficie de apoyo superior horizontal y con superficie inferior que no debe diferir mucho de la horizontal. La función estructural de un sistema de piso es transmitir las cargas verticales hacia los apoyos que a su vez las bajan hasta la cimentación. Es casi siempre necesario que cumpla además la función de conectar los elementos verticales y distribuir entre ellos las cargas horizontales, para lo cual debe formar un diafragma con alta rigidez en su plano. Por ser los de piso sistemas planos, las cargas verticales introducen momentos flexionantes importantes, lo que hace críticos los problemas de flechas y vibraciones; de manera que el espesor y las características que definen la rigidez del sistema de piso están regidas generalmente por el cumplimiento de estados límite de servicio.

La variedad de soluciones estructurales que pueden darse a un sistema de piso es muy grande. En estos sistemas donde mayor es el número de innovaciones que se presentan continuamente, ligadas sobre todo a tecnologías de construcción que tratan de hacer más rápida y más sencilla la fabricación.

En el pasado, la mayoría de los sistemas de piso se construían por la sobreposición de elementos que trabajan en forma prácticamente independiente. El elemento de cubierta se apoya sobre retículas ortogonales sucesivas de vigas simplemente apoyadas unas sobre otras y distribuidas a manera de llevar en la forma más directa la carga hacia los apoyos verticales. Las vigas aumentan su peralte a medida que se procede de arriba hacia abajo, ya que tienen que soportar una carga cada vez mayor y su claro también crece. El espesor total del sistema de piso resulta de la suma de los peraltes necesarios para los elementos individuales. El sistema se originó en las primeras construcciones de tablonés y vigas de madera, pero se ha empleado en diversos materiales y se sigue usando especialmente con vigas de acero que soportan cubiertas de diferentes materiales. Se trata de una forma muy poco eficiente de resistirlas cargas, ya que se desprecia la oportunidad de lograr el trabajo de conjunto de los diferentes elementos y hacer que resista la flexión aprovechando el peralte total del sistema de piso.

En la construcción moderna para todos los materiales se han desarrollado procedimientos que logran el trabajo integral de los diferentes elementos. Esto se obtiene de manera natural en las estructuras de concreto fabricadas en sitio, mientras que en otras estructuras se requieren elementos de conexión con capacidad de transmitir esfuerzos cortantes horizontales, como se mencionó al tratar los diferentes tipos de placas. El ahorro sustancial en las dimensiones de las vigas justifica, en general, ampliamente el costo de los dispositivos de conexión.

En estos sistemas el espesor de la placa de piso conviene que sea el mínimo necesario por requisitos constructivos, de aislamiento o de resistencia al impacto. La retícula de vigas inmediatamente inferior debe tener la separación máxima con la que la placa de piso funciona adecuadamente desde el punto de vista estructural; si esto permite hacer coincidir las vigas con la posición previa para los apoyos, no son necesarias retículas adicionales. El arreglo de vigas debe hacer mínimo el espesor necesario de losa y además debe procurar una estandarización de elementos para fines de economía y sencillez de construcción. Cuando la distribución de apoyos es regular, los arreglos de vigas son claros y sencillos; para distribuciones de apoyos o formas de la plantas irregulares. El arreglo de vigas puede resultar más complejo.

En algunos sistemas de construcción se forman retículas de vigas con separaciones muy pequeñas, de manera que el funcionamiento del sistema de piso equivale al de una placa cuyas propiedades se pueden igualar a las de un ancho unitario de la retícula de vigas y losa. Esta idealización es aceptable cuando la separación de vigas (llamadas en este caso nervaduras) no excede de una octava

parte del claro. Los sistemas de piso que se pueden idealizar como placas presentan las modalidades de funcionamiento estructural que se mencionaron al tratar dichos elementos: losas en una dirección, losas en dos direcciones apoyadas en su perímetro y losas en dos direcciones sobre apoyos puntuales.

Algunos de los sistemas de piso más comunes se describirán agrupándolos según el principal material que los constituye.

En madera, el sistema más antiguo a base de tabloncillos sobre retículas de vigas ha ido evolucionando, primero con el machimbrado de las tablas para que funcionen como placa en la que sea factible la repartición de alguna carga concentrada elevada entre diversos elementos, y después con la substitución de la tabla con placas de madera contrachapeada. En claros grandes, las vigas de sección rectangular se substituyen por pequeñas armaduras del mismo material. Es cada vez más frecuente el empleo de métodos de conexión entre las vigas y la placa que permitan la transmisión de cortantes y aseguren un funcionamiento de sección compuesta. Estos pisos, junto con muros de carga de estructuración similar, forman estructuras tipo cajón, que se pueden prefabricar por secciones y ensamblar en la obra con mucha facilidad y es muy popular en algunos países para construcciones pequeñas.

El concreto reforzado es el material más empleado para sistemas de piso por su durabilidad, moldeabilidad y economía. La losa maciza en dos direcciones apoyada sobre muros de carga es el sistema típico para claros pequeños, como los usuales en la vivienda económica. Existen diversas variantes que no alteran el funcionamiento estructural como losa maciza, pero que presentan algunas ventajas constructivas. La mayoría de ellas están asociadas con la intención de reducir la cimbra que es responsable de una fracción significativa del costo total y del tiempo de ejecución. Los sistemas de viguetas y bovedillas o de semiviguetas y bovedillas permiten la integración de unas vigas prefabricadas de concreto presforzado, o tipo armadura, con una capa de compresión colada en sitio. La losa se hace trabajar generalmente en una sola dirección, lo que reduce en parte la eficiencia, pero por otra parte se aprovecha acero de refuerzo de mayor resistencia y se tienen peraltes mayores con menos cantidad de concreto y acero con respecto a una losa maciza. Las bovedillas son elementos de cimbra y aligeramiento de la losa. La capa de compresión vaciada en sitio proporciona la continuidad entre los distintos elementos y es necesaria para la acción de diafragma ante fuerzas en el plano de la losa. El mejor aislamiento térmico y acústico que se obtiene por los mayores espesores y por los elementos huecos de aligeramiento es una ventaja importante de estos sistemas.

Conviene llamar la atención sobre un aspecto particular del diseño de estos sistemas y el general de todos los de construcción compuesta, en los que se pretende que algún elemento prefabricado soporte inicialmente todo el piso, el cual adquiere su resistencia final y trabaja en forma integral sólo después del fraguado del concreto vaciado en sitio. El elemento prefabricado debe diseñarse para soportar el peso propio de todo el piso más las cargas de construcción, debido a que en un sistema de piso el peso propio representa una parte importante de la carga total, esta condición de diseño resulta muy crítica y hace que el elemento en cuestión resulte muy robusto o que se requiera un apuntalamiento provisional. El éxito de los sistemas de este tipo se funda en el grado en que se logre resolver este aspecto sin afectar el costo ni la rapidez de construcción.

En el campo de la prefabricación es grande el número de variantes de losas precoladas, generalmente aligeradas y presforzadas, que se tienen diseñadas para trabajar en una o dos direcciones.

El sistema de losas y vigas de concreto fabricadas en sitio es la solución más usual para estructuras a base de marcos. Tradicionalmente, se han diseñado estos pisos considerando de manera independiente el trabajo de la losa apoyada perimetralmente sobre las vigas y el de éstas últimas soportando cargas que se encuentran en su área tributaria de losa, pero incluyendo una porción de losa como parte integrante de la viga con una sección en T. El diseño de las losas se ha simplificado mediante coeficientes que permiten determinar los momentos promedio en franjas de cierta longitud

y que se derivan del análisis elástico de placas, pero corregidas para tomar en cuenta las redistribuciones de momentos que se presentan en estos elementos altamente hiperestáticos, así como cierta interacción con las vigas de apoyo. Procedimientos de este tipo se encuentran, por ejemplo en las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto del Reglamento para Construcciones del Distrito Federal. Cuando el peralte de las vigas no es netamente superior al de las losas, ya no es aceptable suponer que estas constituyen apoyos infinitamente rígidos para las losas y es necesario considerar el conjunto viga-losa es que tiene que transmitir las cargas por flexión en dos direcciones: el método del marco equivalente del código ACI representa una forma unificada de analizar sistemas de piso en dos direcciones, independientemente de la existencia o no de vigas y del apoyo. Este método constituye una forma racional de análisis para situaciones como la mencionada.

Para claros considerables resulta económico recurrir a vigas presforzadas conectadas a losas también prefabricadas o coladas en sitio; tratándose de secciones compuestas, debe diseñarse un procedimiento de conexión que asegure la continuidad entre los distintos elementos constructivos.

La losa apoyada directamente sobre columnas es una solución que se ha vuelto muy popular para pisos de concreto reforzado, mediante una cimbra sencilla se logra una superficie inferior plana, con un peralte total muy reducido del sistema de piso y con gran rapidez de construcción. Para claros pequeños la solución de placa plana maciza es la más conveniente, mientras que para claros mayores el peralte necesario hace esta solución muy pesada y obliga al empleo de ábacos y capiteles, en el sistema denominado propiamente *losa plana*, con el fin de mantener pequeño el espesor de la mayor parte de las losas. Para edificios comunes esta última solución es poco conveniente por la obstrucción que ocasionan los ábacos y capiteles en el espacio habitable. Mas atractivo resulta para estos casos el aligeramiento formando huecos por medio de elementos removibles o que quedan formando parte de la losa, llamado es este caso losa reticular. Se genera en esta forma una retícula de nervaduras poco espaciadas en las que se concentra el esfuerzo de flexión. El análisis de éstos sistemas se realiza con métodos aproximados que permiten calcular que fracción de los momentos flexionantes totales en cada dirección debe ser resistida por diferentes franjas de losa. Problemas específicos de estas losas son el diseño por cortante de la zona alrededor de la columna para evitar que falle por punzonamiento y algunos aspectos del diseño sísmico.

El acero se emplea para construir el sistema de piso completo solo en algunas estructuras industriales. Su función más común es en vigas de sistemas mixtos con losas de concreto. Nuevamente, resulta muy atractivo económicamente aprovechar la acción compuesta de la viga con la losa mediante el empleo de conectores. Las vigas de acero de alma abierta o de secciones de lámina doblada proporcionan en general soluciones más ligeras y económicas que los perfiles laminados y que otras vigas de alma llena, aunque dan lugar a un comportamiento menos dúctil que el de los primeros. Nuevamente, existen diversas variantes que pretenden simplificar la cimbra y la construcción de la losa. Una de ellas usa una lámina de acero corrugada apoyada sobre las vigas, como cimbra de la losa de concreto, con la cual se logra continuidad por medio de corrugaciones en las láminas en las cuales penetra el concreto produciendo un anclaje mecánico. De esta manera la lámina de acero de alta resistencia, trabaja en tensión eliminando o reduciendo la necesidad de refuerzo en el lecho inferior. El sistema es particularmente indicado para pisos que deben soportar cargas elevadas.

La construcción compuesta resulta muy económica cuando se emplean elementos ligeros de acero como perfiles de lámina delgada o pequeñas armaduras conectadas a la losa de concreto.

### **Sistemas para edificios de varios pisos**

Se trata aquí especialmente el sistema vertical resistente de los edificios, en particular en lo referente a su eficiencia para resistir las cargas laterales de viento o sismo, cuya importancia crece a medida que aumenta la altura del edificio. Lo ideal sería que el sistema estructural que se requiere y que representa la solución óptima para resistir las cargas verticales de diseño, resultase suficiente para resistir también sin modificación alguna también las cargas laterales contando para ello con la

reducción en los factores de seguridad que admiten las normas de diseño para resistir esta última condición de carga, por ser de tipo accidental. Sin embargo, esto llega a ser cierto solo en edificios de pocos pisos y en zonas donde las acciones de diseño por sismo o viento son moderadas. A medida que crece la altura, las modificaciones para resistir cargas laterales son mayores. El problema puede plantearse como el de sobreprecio que hay que pagar para la resistencia a cargas laterales, el cual aumenta con el número de pisos hasta que, para edificios muy altos, este es el aspecto que domina la elección del sistema estructural más apropiado.

El sistema estructural debe permitir proporcionar resistencia a las fuerzas laterales y rigidez para mantener las deformaciones ante esas cargas dentro de los límites tolerables. El segundo aspecto suele ser más decisivo que el primero para definir el esquema estructural apropiado. Como ya se apuntó anteriormente, no puede separarse de manera tajante el estudio del sistema de soporte vertical del relativo a los sistemas de piso de un edificio, ya que el trabajo conjunto es el que define el comportamiento y la eficacia, especialmente en lo que se refiere a las cargas laterales. Por ello, aunque el énfasis se ponga en el sistema vertical, se hará mención de la interacción de este sistema con el sistema de piso.

Los primeros sistemas estructurales empleados para construcciones de más de un piso fueron probablemente de madera; sin embargo, pocas veces las construcciones de este tipo han rebasado los dos niveles y no por limitaciones de tipo estructural, ya que en este aspecto podría fácilmente superarse la decena de pisos. El uso de la madera para edificios de varios pisos ha sido limitado por la seguridad contra incendio.

Los muros de carga de mampostería han constituido el sistema estructural clásico para edificios de varios niveles, asociados a sistemas de piso de madera o de bóveda de mampostería. La limitación de este sistema se debe a que su escasa resistencia en compresión y en tensión obliga a una alta densidad de muros con espesores considerables. Por ello la estructuración es aceptable solo cuando el uso de la construcción implica la subdivisión del espacio en áreas pequeñas, como en edificios de vivienda y hospitales. En la actualidad la construcción a base de muros de carga de mampostería se emplea usualmente para edificios hasta cerca de cinco pisos, aunque existen ejemplos de construcciones de 15 o más pisos con muros de mampostería de piezas de alta resistencia y con altas cantidades de refuerzo.

El material más apropiado para la estructuración con muros de carga es el concreto, sea en la modalidad de concreto colado en el lugar o en la de paneles prefabricados, esta muy popular en diversos países. La mayor limitación de esta solución a base de muros de carga es la falta de flexibilidad en el uso del espacio interior de la construcción. La distribución de áreas no puede modificarse en el tiempo, debido a que los muros tienen función estructural y la distribución de éstos no puede alterarse de un piso a otro. Desde el punto de vista estructural las ventajas básicas son, como se mencionó en temas anteriores, la transmisión de cargas verticales por fuerzas esencialmente axiales y la gran rigidez ante cargas laterales que se logra por la alta densidad de muros en ambas direcciones.

Solo cuando se comenzó a utilizar el acero con fines estructurales en los edificios, se llegaron a obtener espacios libres interiores de dimensiones apreciables y con posibilidad de adaptarlos a diferentes usos, lo que proporcionó el inicio de la construcción de los edificios realmente altos. En un principio las vigas y columnas de acero no formaban propiamente un marco rígido, ya que no se construían con conexiones capaces de transmitir momentos. Estos edificios, hasta de un par de decenas de pisos, contaban con la contribución de algunas paredes divisorias y de fachada (supuestamente no estructurales) para lograr cierta rigidez y resistencia ante cargas laterales. Sin embargo, solo la adopción del marco rígido en la primera década de este siglo permitió superar esas alturas y llegar a edificaciones del orden de los 50 pisos. El marco rígido de acero fue el preferido para los rascacielos, por la rapidez de construcción y por la poca área de columnas que se tiene en las plantas. Algunas décadas más tarde se comenzaron a usar los marco de concreto para edificios hasta de

20 a 30 pisos, aprovechando el menor costo que en muchos países se tenía con este sistema estructural. Sin embargo, la pérdida progresiva de área útil que se tenía por las dimensiones de columnas cada vez mayores a medida que aumentaba el número de pisos, limitó el empleo de este sistema y dio lugar al desarrollo de otros que no tuvieran esa deficiencia.

En los edificios muy altos, destinados principalmente a oficinas, la necesidad de grandes espacios libres se vuelve crítica en todos o al menos en algunos de los pisos. Por otra parte, el marco es estructura que resiste carga laterales esencialmente por flexión de sus miembros, lo que lo hace poco, especialmente cuando los claros son considerables. Lo anterior ocasiona que la estructuración a base de marcos no sea muy eficiente para edificios altos. A medida que crece el número de pisos, es mayor la cantidad en que hay que incrementar las dimensiones de las vigas y columnas, sobre las necesidades para resistir las caras y rigidez necesarias ante cargas laterales. El sobrepeso que hay que pagar para resistir las cargas horizontales es considerable. No es posible fiar un límite general para el número de pisos que es económicamente conveniente estructurar con marcos. En zonas poco expuestas a sismos o huracanes este límite se encuentra en poco más de 20 pisos. En zonas de alto riesgo sísmico es probablemente menor de 10 pisos.

La forma más sencilla de rigidizar un marco ante cargas laterales sin perder todas sus ventajas, es colocar en algunas de sus crujías un contraventeo diagonal o ligarlos a algún muro de rigidez de mampostería (para edificios no muy altos) o de concreto. Esta ha sido la forma más popular de rigidización tanto para marcos de concreto como de acero. Como se expuso anteriormente, ambos casos pueden visualizarse como una viga vertical de gran peralte y en voladizo. Esta gran rigidez cuando la relación altura a longitud del muro o de la crujía contraventeada es relativamente pequeña. En estos casos el muro absorbe prácticamente la totalidad de las cargas laterales, mientras que el diseño del marco queda regido por la resistencia a cargas verticales únicamente.

Cuando la relación altura longitud del marco crece, se reduce muy rápidamente su rigidez y se presenta una interacción básicamente compleja en el muro. Existe una diferencia importante en que los dos tipos de sistemas se deforman lateralmente. En un marco la deformación de un piso relativa al inferior (desplazamiento relativo de entrepiso) es proporcional a la fuerza lateral total aplicada arriba de dicho entrepiso (cortante de entrepiso), de manera que el desplazamiento relativo de entrepiso tiende a ser mayor en los pisos inferiores que en los superiores (a menos que las dimensiones de las secciones se reduzcan radicalmente con la altura). En el muro esbelto, por el contrario, los desplazamientos relativos crecen en los pisos superiores, ya que las deformaciones de cortante dejan de ser significativas y la deformidad del muro es como la de una viga en voladizo.

Para que un muro rigidice una estructura de manera efectiva, su condición debe tener un momento de inercia tal que evite que se presente el fenómeno descrito anteriormente. En los edificios de pocas decenas de pisos es relativamente sencillo disponer de uno o más muros que cumplen esta condición, sea en el interior de la planta o en la fachada o, en forma más eficiente, aprovechando un núcleo que encierra ductos de servicios (escaleras, elevadores, instalaciones) que por su sección cerrada proporcione rigidez. Por ello la estructuración de marcos con muros de rigidez es la solución más común en edificios de esta índole, en zonas donde se deben resistir fuerzas laterales significativas. Un aspecto importante es que la ubicación de los muros en planta sea simétrica para que no se presenten torsiones en la respuesta ante cargas laterales.

Existen diversos procedimientos para aumentar la rigidez de los muros cuando la altura del edificio es considerable. Uno consiste en acoplar dos o más muros a través de vigas de buen peralte en cada piso, las que restringen los giros de los muros en cada nivel y tienden a hacer trabajar los muros que acoplan como una unidad. La eficiencia de los muros acoplados depende de la rigidez de la viga que los conecta, la cual esta sujeta a fuerzas cortantes considerables y requiere un cuidado especial en su diseño y detallado.

En lugar de acoplar los muros en todos los pisos puede optarse por hacerlo solo en algunos de ellos mediante una viga cuyo peralte sea el de todo un entrepiso a través del cual se cancela localmente el paso. Se obtiene lo que se denomina un macro-marco, ya que los muros en lugar de comportarse como voladizos se deforman como marcos de uno o más niveles según el número de vigas de acoplamiento que se coloquen.

En otra modalidad, las vigas de gran peralte del caso anterior, en lugar de conectar entre sí dos o más muros, conectan un solo muro, o más generalmente un gran núcleo central, con las columnas de los marcos en las cuales, al tratar de flexionarse el muro, se introducen cargas axiales que tienden a equilibrar el momento flexionante en cada piso, incrementando notablemente la rigidez del conjunto. La eficiencia es mayor si se colocan estas vigas de gran peralte en varios pisos.

En edificios de muchas decenas de pisos ya no es suficiente la rigidez que pueden proporcionar algunos muros o un núcleo central, y la necesidad de contar con el mayor espacio posible en el interior lleva naturalmente a tratar de aprovechar la fachada para dar rigidez ante cargas laterales. La solución más eficiente es contraventear todo el perímetro exterior de la construcción de manera que actúe como un gran tubo, aprovechando la máxima sección disponible. Un funcionamiento similar se obtiene si en lugar de tener un arreglo triangulado de los elementos de fachada, se tiene una retícula formada por columnas muy poco espaciadas y por vigas de piso de alta rigidez, de manera que las deformaciones de flexión de las columnas sean pequeñas y el trabajo de estas sea fundamentalmente a carga axial. En este sistema, llamado comúnmente de tubo, se aprovechan las columnas de fachada integrándolas a la ventanería y reduciendo mucho el costo de ésta. Este ha sido el sistema estructural más popular en los últimos 20 años para los mayores rascacielos construidos en EEUU, hasta superar los 100 pisos. Existen diversas variantes que tienden a obtener una rigidez todavía mayor, como la de acoplar el tubo en un núcleo central de muros de concreto (tubo en tubo) o de subdividir la planta en una serie de tubos interiores (tubo subdividido en celdas). Incluso en el edificio del Banco de Hong Kong de Norman Foster se utiliza un sistema de tubo en fachada unido a un mega mástil central de acero.

Otra forma de rigidizar las fachadas es formando marcos de elementos muy robustos, de manera que las deformaciones de flexión sean muy reducidas. En este caso el gran tamaño de las vigas y las columnas no interfiere con el uso del espacio interior, aunque presenta cierta dificultad para lograr una solución aceptable.

Un problema común a todos estos sistemas que se basan en rigidizar la fachada, es la interferencia con el funcionamiento de la planta baja, en la cual hay casi siempre la exigencia de grandes claros en la fachada para los accesos. Este problema se suele resolver empleando uno de los pisos inferiores como viga “Virendeel” para aumentar sustancialmente el espaciamiento entre columnas debajo de ellas. Esta solución es debatible desde el punto de vista del comportamiento sísmico.

## *Capítulo II* **CONCRETO REFORZADO**

### **INTRODUCCIÓN**

El concreto simple, sin refuerzo, es resistente a la compresión, pero débil en tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea refuerzo de acero, generalmente en forma de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones bajo las acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto.

El uso del refuerzo no está limitado a la finalidad anterior, también se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado, para reducir las deformaciones debidas

a cargas de larga duración y para proporcionar confinamiento lateral al concreto, lo que indirectamente aumenta su resistencia a la compresión.

La combinación de concreto simple con refuerzo constituye lo que se llama **concreto reforzado**.

El concreto presforzado es una modalidad del concreto reforzado, en la que se crea un estado de esfuerzos de compresión en el concreto antes de la aplicación de las acciones. De este modo, los esfuerzos de tensión producidos por las acciones quedan contrarrestados o reducidos. La manera más común de presforzar consiste en tensar el acero de refuerzo y anclarlo en los extremos del elemento.

## Características de los materiales

### a) Concreto

**Definición.** El concreto es una mezcla de cemento, agregados inertes (por lo general grava y arena) y agua, la cual se endurece después de cierto tiempo de mezclado. Los elementos que componen el concreto se dividen en dos grupos: activos e inertes. Son activos, el agua y el cemento a cuya cuenta corre la reacción química por medio de la cual esa mezcla, llamada “lechada”, se endurece (fragua) hasta alcanzar un estado de gran solidez.

Los elementos inertes (agregados) son la grava y la arena, cuyo papel fundamental es formar el “esqueleto” del concreto, ocupando gran parte del volumen del producto final, con lo cual se logra abaratarlo y disminuir notablemente los efectos de la reacción química del fraguado: la elevación de temperatura y la contracción de la lechada al endurecerse.

El agua que entra en combinación química con el cemento es aproximadamente un 33% de la cantidad total y esa fracción disminuye con la resistencia del concreto. En consecuencia, la mayor parte del agua de mezclado se destina a lograr fluidez y trabajabilidad de la mezcla, coadyuvando a la “contracción del fraguado” y dejando en su lugar los vacíos correspondientes, cuya presencia influye negativamente en la resistencia final del concreto.

**Cemento.** Salvo casos muy especiales, en general se usa el cemento portland definido por la Norma Oficial Mexicana (NOM) como el “material que proviene de la pulverización del producto obtenido por fusión incipiente de materiales arcillosos y calizos que contengan óxidos de calcio, silicio, aluminio y fierro en cantidades convenientemente calculadas y sin más adición posterior que yeso sin calcinar y agua, así como otros materiales que no excedan del 1% en peso del total y que no sean nocivos para el comportamiento posterior del cemento”. La composición química del cemento portland es muy compleja; pero puede definirse esencialmente como un compuesto de cal, alúmina y sílice. Los componentes fundamentales son: el aluminiato tricálcico, el silicato tricálcico, el silicato dicálcico y el ferro aluminio tricálcico.

**Clases de cemento portland.** En México se fabrican cinco clases o tipos de cemento portland:

*Tipo I: Normal*, destinado a usos generales: estructuras, pavimentos, bloques, tubos.

*Tipo II: Modificado*, adecuado en general para obras hidráulicas por su calor de hidratación moderado y su regular resistencia a los sulfatos.

*Tipo III: Rápida resistencia alta*, recomendable para sustituir al tipo I en obras de emergencia o cuando de desee retirar pronto las cimbras para usarlas un número mayor de veces; adquiere una determinada resistencia, en igualdad de condiciones, en la tercera parte del tiempo que necesita para ello el cemento tipo I. Sin embargo, la resistencia final es la misma que la correspondiente al cemento normal.

*Tipo IV: De bajo calor*, adecuado para la construcción de grandes espesores (presas) porque su calor de hidratación es muy reducido a tenor de su resistencia que se adquiere lentamente.

*Tipo V: De alta resistencia a los sulfatos*, recomendable en cimentaciones expuestas a la acción de aguas sulfatadas y agresivas.

Se produce también, el cemento portland blanco, de características semejantes al tipo I, usado en construcciones urbanas cuando lo demandan razones arquitectónicas.

**Peso volumétrico del concreto.** La densidad del cemento Portland es muy elevada; su peso volumétrico depende de la compactación, pero puede aceptarse un valor medio de  $1500 \text{ kg/m}^3$ , el cual concuerda con la costumbre de suponer un volumen de 33 litros para el saco de cemento de 50 kg. El peso volumétrico del concreto común es variable de acuerdo con la densidad de los agregados y puede estimarse entre  $2200$  y  $2500 \text{ kg/m}^3$ , como promedio, lo que lo coloca entre los materiales de construcción pesados en relación con la intensidad de las cargas que soporta, especialmente cuando trabaja a flexión.

La producción de concretos ligeros ha sido preocupación constante de los investigadores, quienes en un principio dirigieron su interés hacia los agregados de poco peso: tezontles y piedras pómez, los cuales presentan la dificultad de sus cualidades higroscópicas que hacen punto menos que imposible la correcta dosificación del agua de mezclado, de la que depende la resistencia del concreto.

La dificultad que presentan los agregados ligeros parece haber sido superada con los inclusores de aire, los cuales producen numerosas burbujas en el seno de la mezcla disminuyendo su peso volumétrico y aumentando al mismo tiempo su trabajabilidad, cohesión y resistencia a la acción de los sulfatos y las heladas. Los inclusores de aire son productos químicos, generalmente compuestos de fino polvo de aluminio o zinc, que se agregan en la mezcladora o que vienen ya añadidos en el propio cemento.

**Fraguado del concreto.** Cuando el cemento y el agua entran en contacto, se inicia una reacción química exotérmica que determina el paulatino endurecimiento de la mezcla. Dentro del proceso general de endurecimiento se presenta un estado en que la mezcla pierde apreciablemente su plasticidad y se vuelve difícil de manejar; tal estado corresponde al fraguado inicial de la mezcla. A medida que se produce el endurecimiento normal de la mezcla, se presenta un nuevo estado en el cual la consistencia ha alcanzado un valor muy apreciable; este estado se denomina fraguado final. La determinación de estos dos estados, cuyo lapso comprendido entre ambos se llama tiempo de fraguado de la mezcla, es muy poco precisa y sólo debe tomarse a título de guía comparativa. El tiempo de fraguado inicial es el mismo para los cinco tipos de cemento enunciados y alcanza un valor de 45 a 60 minutos, el tiempo de fraguado final se estima en 10 horas aproximadamente. En resumen, puede definirse como tiempo de fraguado de una mezcla determinada, el lapso necesario para que la mezcla pase del estado fluido al sólido.

Así definido, el fraguado no es sino una parte del proceso de endurecimiento. Es necesario colocar la mezcla en los moldes antes de que inicie el fraguado y de preferencia dentro de los primeros 30 minutos de fabricada. Cuando se presentan problemas especiales que demandan un tiempo adicional para el transporte del concreto de la fábrica a la obra, se recurre al uso de “retardantes” del fraguado, compuestos de yeso o de anhídrido sulfúrico; de igual manera, puede acelerarse el fraguado con la adición de sustancias alcalinas o sales como el cloruro de calcio.

**Endurecimiento del concreto.** El endurecimiento del concreto depende a su vez del endurecimiento de la lechada o pasta formada por el cemento y el agua, entre los que se desarrolla una reacción química que produce la formación de un coloide “gel”, a medida que se hidratan los componentes del cemento. La reacción de endurecimiento es muy lenta, lo cual permite la evaporación de parte del agua necesaria para la hidratación del cemento, que se traduce en una notable disminución

de la resistencia final. Es por ello que debe mantenerse húmedo el concreto recién colado, “curándolo”. También se logra evitar la evaporación del agua necesaria para la hidratación del cemento, cubriendo el concreto recién descimbrado con una película impermeable de parafina o de productos especiales que se encuentran en el mercado desde hace varios años.

**Proporcionamiento del concreto.** Cuando la relación agua-cemento se mantiene constante, la resistencia del concreto de la mezcla también se mantiene constante. En consecuencia, si se fabrica una mezcla de concreto con agregados limpios, sanos y suficientemente duros, la resistencia a la compresión del concreto dependerá exclusivamente de la resistencia de la lechada, es decir, de la relación agua-cemento empleada. El proporcionamiento de una mezcla de concreto se reduce a elegir una relación agua-cemento para una resistencia dada y, enseguida, a definir la graduación (granulometría) de los agregados para que satisfaga dos requisitos: que la mezcla sea trabajable y que el volumen de vacíos entre los agregados, destinado a ser ocupado por el cemento y el agua, sea el menor posible. La primera condición hace posible el manejo del concreto; la segunda consigue la fabricación de la mezcla más económica.

**Permeabilidad del concreto.** El concreto normal es un material permeable. Los vacíos que dejan los agregados no son llenados totalmente por la mezcla de agua y cemento y además, el agua de mezclado, la cual se utiliza en gran parte para conseguir una adecuada trabajabilidad del concreto, se evapora en los primeros meses del colado dejando huecos más o menos numerosos.

De acuerdo con estos hechos, se podrá disminuir notablemente la permeabilidad del concreto si se atienden los siguientes aspectos de su fabricación por orden de importancia:

- a) Emplear mezclas secas, de baja relación agua-cemento. Los concretos más resistentes son los menos permeables.
- b) Lograr una granulometría con el mínimo de vacíos posible.
- c) Colar el concreto con el uso discreto de vibradores que compacten la mezcla y expulsen parte de las burbujas de aire.

Las anteriores recomendaciones pueden no ser suficientes para lograr un concreto prácticamente impermeable en la construcción de tanques de almacenamiento u otras estructuras semejantes; en tales casos es aconsejable terminar el colado con una capa de cemento y arena fina de unos dos centímetros de espesor, o recurrir al empleo de polvos muy finos (tierras diatomeacas) o sustancias que aumenten la trabajabilidad de la mezcla permitiendo reducir la cantidad de agua del colado. La impermeabilidad total de los tanques de almacenamiento puede lograrse colocando una película de plástico líquido, una vez que se han secado suficientemente las paredes.

## **b) Acero de refuerzo**

El acero para reforzar concreto se utiliza en distintas formas; la más común es la barra o varilla que se fabrica tanto de acero laminado en caliente, como de acero trabajado en frío. Los diámetros usuales de barras producidas en México varían de  $\frac{1}{4}$  pulg. a  $1\frac{1}{2}$  pulg. (algunos productores han fabricado barras corrugadas de  $\frac{5}{16}$  pulg,  $\frac{5}{32}$  pulg y  $\frac{3}{16}$  pulg.) En otros países se usan diámetros aún mayores. Todas las barras, con excepción del alambrión de  $\frac{1}{4}$  de pulg, que generalmente es liso, tienen corrugaciones en la superficie para mejorar su adherencia al concreto. Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite de esfuerzo de fluencia. En México se cuenta con una variedad relativamente grande de aceros de refuerzo. Las barras laminadas en caliente pueden obtenerse con límites de fluencia desde 2300 hasta 4200 kg/cm<sup>2</sup>. El acero trabajado en frío alcanza límites de fluencia de 4000 a 6000 kg/cm<sup>2</sup>. Una propiedad importante que debe tenerse en cuenta en refuerzos con detalles soldados es la soldabilidad. La soldadura de aceros trabajados en frío debe hacerse con

cuidado. Otra propiedad importante es la facilidad de doblado, que es una medida indirecta de ductilidad y un índice de su trabajabilidad.

Se ha empezado a generalizar el uso de mallas como refuerzo de losas, muros y algunos elementos prefabricados. Estas mallas están formadas por alambres lisos unidos por puntos de soldadura en las intersecciones. El acero es del tipo trabajado en frío, con refuerzos de fluencia del orden de 5000 kg/cm<sup>2</sup>. El espaciamiento de los alambres varía de 5 a 40 cm y los diámetros de 2 a 7 mm, aproximadamente. En algunos países, en lugar de alambres lisos, se usan alambres con algún tipo de irregularidad superficial, para mejorar la adherencia. El acero que se emplea en estructuras presforzadas es de resistencia francamente superior a la de los aceros descritos anteriormente. Su resistencia última varía entre 14000 y 22000 kg/cm<sup>2</sup> y su límite de fluencia, definido por el esfuerzo correspondiente a una deformación permanente de 0.002, entre 12000 y 19000 kg/cm<sup>2</sup>.

### **Diseño de estructuras de concreto**

Una construcción u obra puede concebirse como un sistema, entendiéndose por sistema un conjunto de subsistemas y elementos que se combinan en forma ordenada para cumplir con una determinada función. Un edificio, por ejemplo, está integrado por varios subsistemas: el de los elementos arquitectónicos para encerrar espacios, el estructural, las instalaciones eléctricas, las sanitarias, las de acondicionamiento de aire y los elevadores. Todos estos subsistemas interactúan de manera que en su diseño debe tenerse en cuenta la relación que existe entre ellos. Así, no puede confiarse que el lograr la solución óptima para cada uno de ellos conduzca a la solución óptima para el edificio en su conjunto.

Una estructura puede concebirse como un sistema también, es decir, como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada, que puede ser: salvar un claro, como en los puentes; encerrar un espacio, como sucede en los distintos tipos de edificios; o contener un empuje, como en los muros de contención, tanques o silos. La estructura debe cumplir la función a la que está destinada con un grado razonable de seguridad y de manera que tenga un comportamiento adecuado en las condiciones normales de servicio. Además, deben satisfacerse otros requisitos, tales como mantener el costo dentro de límites económicos y satisfacer determinadas exigencias estéticas.

### **Características, acción y respuesta de los elementos de concreto.**

El objeto del diseño de estructuras consiste en determinar las dimensiones y características de los elementos de una estructura para que ésta cumpla cierta función con un grado de seguridad razonable, comportándose además satisfactoriamente una vez en condiciones de servicio. Debido a estos requisitos es preciso conocer las relaciones que existen entre las características de los elementos de una estructura (dimensiones, refuerzos, etc.), las solicitaciones que debe soportar y los efectos que dichas solicitaciones producen en la estructura. En otras palabras, es necesario conocer las características acción-respuesta de la estructura estudiada.

Las acciones en una estructura son las solicitaciones a que puede estar sometida. Entre éstas se encuentran, por ejemplo, el peso propio, las cargas vivas, las presiones por viento, las aceleraciones por sismo y los asentamientos. La respuesta de una estructura, o de un elemento, es su comportamiento bajo una acción determinada, y puede expresarse como deformación, agrietamiento, durabilidad, vibración. Desde luego, la respuesta está en función de las características de la estructura, o del elemento estructural considerado.

Si se conocen las relaciones para todas las combinaciones posibles de acciones y características de una estructura, se contará con una base racional para establecer un método de diseño. Este tendrá por objeto determinar las características que deberá tener una estructura para que, al estar sometida a ciertas acciones, su comportamiento o respuesta sea aceptable desde los puntos de vista de seguridad frente a la falla y de utilidad en condiciones de servicio.

En los procedimientos de diseño, el dimensionamiento se lleva a cabo normalmente a partir de las acciones interiores, calculadas por medio de un análisis de la estructura. ***Debe notarse que, para diseñar satisfactoriamente no siempre es necesario obtener las acciones interiores inducidas por las exteriores.***

Las principales acciones interiores que actúan en las estructuras las podemos enumerar en: a) compresión, b) tensión, c) torsión y, d) cortante. La compresión en elementos estructurales casi nunca se presenta sola, sino con tensión, combinación a la que se le denomina flexión; y para términos de análisis a la compresión sola se le denomina carga axial: asimismo, en los diversos elementos estructurales se pueden presentar muchas combinaciones.

<i>Acciones interiores</i>	<i>Características del elemento</i>	<i>Respuestas</i>
carga axial	tipo de concreto	deformación
flexión	tipo de refuerzo	agrietamiento
torsión	tamaño	durabilidad
cortante	forma restricción	vibración

En el siguiente cuadro se enumeran los elementos estructurales más importantes y las acciones principales que se presentan en ellos:

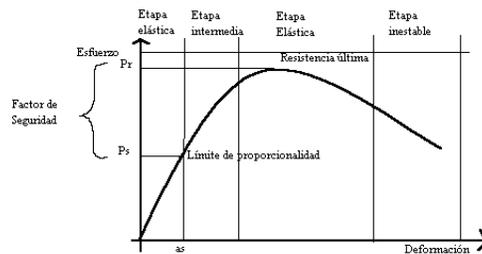
<i>Elemento</i>	<i>Acciones internas</i>
Zapatas	Flexión, cortante
Pilotes	Carga axial, flexión, tensión
Pilas	Carga axial, flexión, tensión
Losas de cimentación	Flexión, cortante
Cimentaciones de piedra brasa	Carga axial
Columnas	Carga axial, flexión.
Vigas	Flexión, cortante
Losas en una dirección	Flexión y cortante
Losas en dos direcciones (perimetralmente apoyadas)	Flexión, cortante
Losas en dos direcciones (planas)	Flexión, cortante
Ménsulas	Cortante

La primera condición que debe satisfacer un diseño es que la estructura resultante sea lo suficientemente resistente. En términos de las características acción-respuesta, se puede definir la resistencia de una estructura o elemento a una acción determinada como el valor máximo que dicha acción puede alcanzar. Una vez determinada la resistencia a cierta acción, se compara este valor máximo con el valor correspondiente bajo las condiciones de servicio. De esta comparación se origina el concepto de factor de seguridad o factor de carga. De un modo rudimentario, éste puede definirse como el cociente entre la resistencia y el valor estimado de la acción correspondiente en condiciones de servicio.

Para tener una idea más clara sobre la relación acción-respuesta de los elementos estructurales, en la siguiente ilustración se presenta la gráfica de esfuerzo deformación de una viga en voladizo. Se pueden distinguir cuatro etapas en el comportamiento del voladizo:

*a)* Una etapa inicial elástica, en la que las cargas son proporcionales a las deformaciones. Es frecuente que bajo las condiciones permanentes de servicio (excluyendo las cargas de corta duración como el viento o sismo), la estructura se encuentre en esta etapa. La carga de servicio se ha marcado en la figura como  $P_s$  y la deformación correspondiente como  $a_s$ .

*b)* Una etapa intermedia en la que la relación carga-deformación ya no es lineal, pero en que la carga va creciendo.



*c)* Una etapa plástica, en la que se producen deformaciones relativamente grandes para incrementos pequeños o nulos de las cargas. La resistencia  $P_r$ , se encuentra en esta etapa. Debido a la forma de la curva, es difícil establecer cuál es la deformación correspondiente a la resistencia.

De la ilustración se puede definir el factor de seguridad como el cociente  $P_r/P_s$ . La estructura tendrá una resistencia adecuada, si este factor es mayor que un valor predeterminado considerado como aceptable.

### El dimensionamiento de elementos de concreto reforzado

El procedimiento de dimensionamiento tradicional, basado en esfuerzos de trabajo, consiste en determinar los esfuerzos correspondientes a acciones interiores obtenidas de un análisis elástico de la estructura, bajo sus supuestas acciones de servicio. Estos esfuerzos se comparan con esfuerzos permisibles, especificados como una fracción de las resistencias del concreto y del acero. Se supone

que así se logra un comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio y un margen de seguridad razonable.

El factor de seguridad de los elementos de una estructura dimensionados por el método de esfuerzos de trabajo no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos el factor de seguridad por la relación entre las resistencias de los materiales y los esfuerzos permisibles. En otras palabras, la relación entre la resistencia del material y los esfuerzos de trabajo no siempre es igual a la relación entre la resistencia del elemento y su sollicitación de servicio.

El procedimiento más comúnmente utilizado en la actualidad es el denominado método plástico, de resistencia o de resistencia última, según el cual los elementos o secciones se dimensionan para que tengan una resistencia determinada.

El procedimiento consiste en definir las acciones interiores, correspondientes a las condiciones de servicio, mediante un análisis elástico y multiplicarlas por un factor de carga, que puede ser constante o variable según los distintos elementos, para así obtener las resistencias de dimensionamiento. El factor de carga puede introducirse también incrementando las acciones exteriores y realizando después un análisis elástico de la estructura. El dimensionamiento se hace con la hipótesis de comportamiento inelástico.

### **Diseño por estados límite (Reglamento de Construcciones del Distrito Federal)**

El reglamento considera dos categorías de estados límite: los de falla y los de servicio. Los de falla corresponden al agotamiento definitivo de la capacidad de carga de la estructura o de cualquiera de sus miembros o al hecho de que la estructura, sin agotar su capacidad de carga, sufra daños irreversibles que afecten su resistencia ante nuevas aplicaciones de carga. Los estados límite de servicio tienen lugar cuando la estructura llega a estados de deformaciones, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten su correcto funcionamiento, pero no su capacidad para soportar cargas. Para revisar los estados límite de falla, esto es, la seguridad de una estructura, se debe verificar que la resistencia de cada elemento estructural y de la estructura en su conjunto sea mayor que las acciones que actúan sobre los elementos o sobre una estructura. Esta verificación se efectúa siguiendo el procedimiento que se expone a continuación:

*a)* Primero se determinan las acciones que obran sobre la estructura, las cuales se clasifican en permanentes, como la carga muerta; variables, como la carga viva, y accidentales, como sismo y viento.

*b)* Se calculan, mediante un análisis estructural, los efectos de las acciones sobre la estructura, esto es, los valores de las fuerzas axiales y cortantes y de los momentos flexionantes y torsionantes que actúan en distintas secciones de la estructura. Estos valores se denominan acciones o fuerzas internas  $S$ .

*c)* Las fuerzas internas se multiplican por factores de carga,  $F_c$ , para obtener las llamadas fuerzas internas de diseño. Cuando se usan métodos lineales de análisis estructural, se obtiene el mismo resultado multiplicando las acciones por los factores de carga antes de hacer el análisis. Más adelante se indican los factores de carga recomendados en el Reglamento del Distrito Federal.

*d)* Se calculan las resistencias nominales,  $R$ , de cada elemento de la estructura, y se multiplican por factores reductivos,  $F_R$ , para obtener las llamadas resistencias de diseño.

*e)* Se verifica que las resistencias de diseño,  $F_R R$ , sean iguales o mayores que la fuerzas internas de diseño,  $F_c S$ . Esta verificación que constituye el criterio básico de comprobación de la seguridad de una estructura, según el Reglamento del Distrito Federal, puede ilustrarse esquemáticamente como sigue:

$$F_c S < \text{ó} = F_R R$$

Es decir, que la fuerza interna de diseño debe ser menor o igual a la resistencia de diseño. A continuación se explica con mayor detalle la forma de llevar a cabo cada una de las etapas anteriores.

**Acciones.** Se mencionó que de acuerdo con el Reglamento del Distrito Federal las acciones se clasifican en permanentes, variables y accidentales. Para cada una de estas acciones es necesario determinar su intensidad nominal. La carga nominal máxima es aquella cuya probabilidad de ser excedida es de dos por ciento, o sea, que es un valor máximo probable de carga. Esta carga se utiliza cuando el efecto de la acción que es más desfavorable para la estructura mientras mayor sea su valor, por ejemplo, el efecto del momento flexionante sobre una viga. La carga nominal mínima es aquella cuya probabilidad de no ser alcanzada es de dos por ciento, que es un valor mínimo probable de la carga. Se utiliza cuando el efecto de la acción es más desfavorable mientras menor sea su valor, por ejemplo, el peso propio que evita el volteo de una estructura bajo la acción del viento.

**Fuerzas internas.** Las fuerzas internas,  $S$ , se determinan efectuando el análisis de la estructura sujeta a las distintas combinaciones de acciones que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente. Por ejemplo, se deberá efectuar el análisis estructural bajo carga muerta y viva, o bajo carga muerta, viva y sismo simultáneamente, para determinar cuál es la combinación más desfavorable. Los valores nominales de las cargas que se especifican en el Reglamento del Distrito Federal varían según la combinación de acciones que se considere. En las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del Distrito Federal (NTC) se permite que el análisis de estructuras de concreto reforzado se efectúe suponiendo que la estructura tiene un comportamiento lineal y elástico, y se permite también, bajo ciertas condiciones, utilizar análisis al límite.

**Factores de carga.** Antes se mencionó que las cargas nominales se multiplican por factores de carga antes de hacer el análisis estructural. Dichos factores son números con los que se incrementan las cargas nominales máximas o se reducen las mínimas, de tal manera que con ellos se aumenta o se disminuye, respectivamente, la probabilidad de que las cargas sean excedidas o no sean alcanzadas. Los factores de carga toman en cuenta la posibilidad de que se presenten sobrecargas y las imprecisiones en los métodos de análisis estructural. Para considerar que la probabilidad de que varias acciones existan simultáneamente con su máxima intensidad es pequeña, generalmente se especifican factores de carga menores para acciones combinadas. Así, el Reglamento del Distrito Federal establece los siguientes factores de carga:

**a)** Para combinaciones que incluyan exclusivamente acciones permanentes y variables, el factor de carga,  $F_c$ , será de **1.4**, excepto en estructuras que soporten pisos en los que pueda haber normalmente aglomeración de personas, o en construcciones que contengan equipo sumamente valioso, en cuyo caso el factor de carga será de **1.5**.

**b)** Para combinaciones de acciones que incluyan una accidental, como viento o sismo, además de las acciones permanentes y variables, el factor de carga,  $F_c$ , será de **1.1**, excepto en estados límite de falla frágil y de volteo por acción de viento, en los que será de **1.4**.

**c)** Para acciones cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, se tomará un factor de carga,  $F_c$ , de **0.9**. En estos casos, como ya se explicó anteriormente, se utiliza la carga nominal mínima.

**Resistencias.** Se entiende por resistencia, la magnitud de una acción, o de una combinación de acciones, que provocaría la aparición de un estado límite de falla en un elemento estructural o en una estructura. Por ejemplo, la resistencia a flexión de una viga es la magnitud del momento flexionante que provocaría su falla en flexión; su resistencia a cortante es la magnitud de la fuerza cortante

te que provocaría una falla de este tipo del elemento; la resistencia a flexocompresión de una columna es la magnitud del momento flexionante y de la carga axial que, combinadas, producen la falla del elemento.

Las resistencias nominales deben multiplicarse por factores reductivos de resistencia,  $FR$ , para tomar en cuenta la naturaleza aproximada de las fórmulas utilizadas para calcular las resistencias, errores en las dimensiones de los elementos adversos debidos a procedimientos inadecuados de colocación y curado del concreto e importancia relativa de distintos tipos de miembros estructurales.

**Revisión de la seguridad.** La última etapa del procedimiento consiste en verificar que para todo estado límite de falla, la resistencia de diseño exceda a la fuerza interna actuante de diseño, o sea, que  $F_R R > \text{o} = F_C S$ . Por ejemplo, la resistencia de diseño a flexión de una viga debe ser mayor que el momento flexionante de diseño.

Por lo que respecta a los estados límite de servicio, el Reglamento del Distrito Federal especifica calcular la magnitud de las respuestas, tales como deflexiones y vibraciones bajo la acción de las cargas nominales, sin incrementarlas o disminuirlas con factores de carga, y comparar estas magnitudes con valores especificados en el mismo reglamento.

## CARGA AXIAL

La compresión pura es lo que conocemos como “carga axial”, es decir una fuerza que se aplica a un miembro estructural exactamente en coincidencia con su centroide o eje principal. En este caso la tendencia del elemento es a encojerce hasta fallar; es decir, cuando se desquebraja en la dirección de los esfuerzos aplicados. Pero en la realidad, esto nunca sucede, por dos circunstancias. En primer lugar, porque los ejes o centriodes de la carga, y del elemento resistente nunca coinciden, en vista de que el proceso constructivo de los elementos o de montaje de éstos, se puede describir como bastante imperfecta. En segundo lugar, porque un elemento sujeto a compresión como una columna, difícilmente está solo, siempre está interactuando con otros elementos constructivos, que al funcionar como sistema, le transmiten esfuerzos de flexión. El simple hecho de que los ejes de carga no coincidan, produce necesariamente un momento de volteo, que provoca lo que conocemos como pandeo. Aunque éste último no únicamente depende de las excentricidades de la carga respecto al elemento resistente, sino también respecto a la relación de esbeltez del miembro. Es decir, entre mayor sea el largo del elemento respecto a su ancho, mayor es la posibilidad de que este elemento sufra pandeo, o lo que conocemos como pandeo local.

### Notación

**$A_g$  ( $\text{cm}^2$ ):** área total de la sección

**$A_c$  ( $\text{cm}^2$ ):** área del núcleo de concreto confinado por el refuerzo helicoidal.

**$f'_c$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** resistencia del concreto

**$f_y$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** esfuerzo de fluencia del concreto (4200 más común en México)

**$A_s$  ( $\text{cm}^2$ ):** área de acero del refuerzo longitudinal

**$P_s$  (adimensional):** cuantía volumétrica del refuerzo helicoidal

**$A_e$  ( $\text{cm}^2$ ):** área del alambre helicoidal

**$s$  ( $\text{cm}$ ):** paso

**$d$  ( $\text{cm}$ ):** diámetro del elemento

**$d_n$  ( $\text{cm}$ ):** diámetro del núcleo

## Fórmulas

### 1. Concreto simple

$$P_o = 0.85 \cdot (f'c \cdot A_g)$$

### 2. Concreto con refuerzo longitudinal y recubrimiento

$$P_o = 0.85(f'c \cdot A_g + A_s \cdot f_y)$$

**En donde:** 0.85 es el factor de esbeltez para columnas rectangulares o helicoidales. Es decir, es la posibilidad de que la columna se pandee y falle antes de alcanzar su resistencia máxima. Esta posibilidad es del 15%, por esta razón todas la ecuaciones se multiplican por 0.85. En el caso de columnas rectangulares, el refuerzo transversal (estribos) no se considera dentro de la resistencia de los elementos, ya que no alcanzan a confinar el núcleo de concreto de la columna; lo cual no sucede así con las helicoidales, en estas, la hélice si llega o confinar el centro de la columna y aumenta bastante su resistencia.

### 3. Concreto simple con refuerzo helicoidal, sin recubrimiento

$$P_o = 0.85(f'c \cdot A_c + 2P_s \cdot f_y \cdot A_c)$$

En donde:

$$P_s = \frac{4 \cdot A_e}{s \cdot d}$$

**4. Concreto con refuerzo longitudinal y helicoidal, con recubrimiento.** (Se elige el menor de los resultados de las siguientes ecuaciones)

$$P_o = 0.85(f'c \cdot A_g + A_s \cdot f_y) \text{ Primer máximo}$$

$$P_o = 0.85(f'c \cdot A_c + A_s \cdot f_y + 2 \cdot P_s \cdot f_y \cdot A_c) \text{ Segundo máximo}$$

Para las columnas helicoidales se debe verificar que el refuerzo helicoidal, este lo suficientemente ancho y separado entre sí para funcionar confinando el núcleo de concreto. Esto se verifica verificandose que la relación de refuerzo helicoidal (**Ps**) no sea menor que los resultados de las dos siguientes ecuaciones:

$$0.45 \cdot \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \cdot \frac{f'c}{f_y}$$

$$0.12 \cdot \frac{f'c}{f_y}$$

En caso de que  $P_s$  sea mayor que cualquiera de los resultados de las anteriores ecuaciones se debe aumentar el diámetro del acero utilizado para la hélice, disminuir la separación de la hélice ( $s$ ), o ambas, hasta que se cumpla con la regla.

**Ejemplo 1.**

Calcular la resistencia de una columna de 30 x 40 cm y refuerzo longitudinal de 6 barras del # 8,  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$ .

*Datos*

$f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 $A_s = 30.42 \text{ cm}^2$  (1 varilla #8 tiene un área de  $5.07 \times 6 = 30.42$ )  
 $A_g = 1200 \text{ cm}^2$  (lado por lado =  $30 \times 40 \text{ cm}$ )

*Constantes*

Como  $f'c > 250$  se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$f^*c = 0.8 \cdot f'c = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = \left( 1.05 \cdot \frac{f^*c}{1250} \right) \cdot f^*c = 205 \text{ kg/cm}^2$$

*Cálculo de la resistencia*

$$P_o = 0.85(f''c \cdot A_g + A_s \cdot f_y)$$

**Po=317,699 kg**

**Ejemplo 2**

Calcular la resistencia de una columna con refuerzo helicoidal de 30 cm de diámetro interior y 35 cm de diámetro exterior; el refuerzo longitudinal es de 6 varillas del # 8, la hélice es del número 3, y el paso es de 5 cm. El concreto es de  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

*Datos*

$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$   
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 $A_s = 30.42 \text{ cm}^2$   
 $d = 35 \text{ cm}$   
 $d_n = 30 \text{ cm}$   
 $s = 5 \text{ cm}$

*Constantes* (como  $f'c < 250$  se utilizan las siguientes ecuaciones)

$$f^*c = 0.85 \cdot f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 \cdot f^*c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_g = \frac{\pi \cdot d}{4} = 962.13 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi \cdot dn}{4} = 706.85 \text{ cm}^2$$

$$P_s = \frac{4 \cdot A_c}{s \cdot d} = 0.019$$

*Revisión de la sección helicoidal*

$$0.45 \cdot \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \cdot \frac{f'_c}{f_y} = 0.01 < 0.019$$

$$0.12 \cdot \frac{f'_c}{f_y} = 0.007 < 0.01$$

$P_s > 0.01$  y  $0.007$  Por tanto sí cumple la condición

*Cálculo de la resistencia*

a) Primer máximo

$$P_o = 0.85 \cdot (f'_c \cdot A_g + A_s \cdot f_y)$$

$P_o = 265,024.89 \text{ kg}$

b) Segundo máximo

$$P_o = 0.85 \cdot (f'_c \cdot A_c + A_s \cdot f_y + 2 \cdot P_s \cdot f_y \cdot A_c)$$

$P_o = 340,953 \text{ kg}$

Se considera el menor  **$P_o = 265,024.89 \text{ kg}$**

### ***Ejercicios***

- Calcular la resistencia de una columna de concreto de 40 x 40 cm, armada con refuerzo longitudinal de 8 varillas del # 8.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular la resistencia de una columna con refuerzo helicoidal, de 40 cm de diámetro interior y 45 cm de diámetro exterior. El refuerzo longitudinal es de 8 varillas del # 6, la hélice es del # 3 y el paso es de 5 cm.  $f'_c = 270 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular el número de pilotes y sus características, que necesita una cimentación para un edificio determinado. Se sabe que la planta consta de 25 columnas que cargan 750 toneladas cada una. En la base del edificio además, se tiene contemplado un piso de estacionamiento en sótano

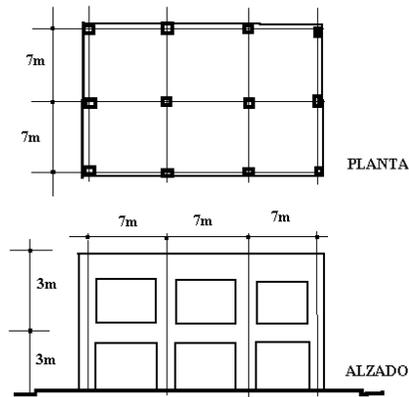
que substituye en 50% el peso total del edificio, al resistencia del terreno es de 3 ton/m<sup>2</sup> y el área total de la planta es de 400 m<sup>2</sup>.

d) Un cliente determinado quiere construir un 2o nivel adicional, igual a los demás, en su edificio de dos plantas; determinar:

a) las dimensiones de las columnas para el nuevo nivel.

b) si las columnas de los niveles existentes soportarán al nuevo nivel dentro de la seguridad.

**Datos:**



**Datos estructurales del edificio**

1. Las columnas de la planta baja son de concreto reforzado de 50 x 50 cm, armadas con refuerzo longitudinal de 8 varillas del # 8.

2. Las columnas del 1er nivel son de concreto reforzado de 45 x 45 cm, armadas con 6 varillas del # 8.

3. Las losas de entrepiso y azotea son macizas de 10 cm de espesor.

4. Todas las traveses de entrepiso y azotea son de concreto reforzado de 30 cm. de base por 50 cm de altura.

5. Los acabados de entrepiso son de mármol de 2.5 cm de espesor.

6. No existen muros de tabique en el edificio y según pruebas de laboratorio se encontró que la resistencia del concreto utilizado en todo el edificio fue de 250 kg/cm<sup>2</sup>

e) Un cliente quiere construir un proyecto de un edificio de cinco niveles, y tiene tres terrenos en la ciudad de México en donde se puede construir. Uno se encuentra en una zona de lomerío, otro de transición, y otro en zona del lago. Las resistencias de los terrenos son las siguientes:

lomerío= 24 ton/m<sup>2</sup>

transición= 8 ton/m<sup>2</sup>

lago= 3 ton/m<sup>2</sup>

Y se requiere diseñar la cimentación para los tres casos. Las características del edificio son las siguientes:

- Las crujiás en ambos sentidos son de 10 mts a ejes y tiene 5 ejes por lado.
- Todas las columnas son de 50 x 50 cm en todos los niveles

- ❑ Las traveses entre columnas son de 70 x 40 cm.
- ❑ Todos los entrepisos son de losa maciza de 15 cm de espesor.
- ❑ La azotea es de techos inclinados a dos aguas.
- ❑ La altura de cada entrepiso es de 5mts.
- ❑ Los acabados de los entrepisos son de mármol de 3 cm y una capa de mortero de 2.5 cm.

## TENSIÓN

### Notación

**Ft (kg):** resistencia del concreto a la tensión

**f'c (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**Ag (cm<sup>2</sup>):** área total de la sección

**As (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**fy (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero

**Fras:** factor de reducción para el acero en tensión (0.90)

### Fórmulas

#### 1. Concreto simple

$$Ft = 1.5 \cdot \sqrt{f'c} \cdot Ag$$

#### 2. Concreto reforzado

$$Ft = 1.5 \cdot \sqrt{f'c} \cdot Ag + As \cdot fy \cdot Fras$$

Como se puede observar, la resistencia del concreto a la tensión es casi nula, por las propiedades mecánicas del material, sobre todo su alta fragilidad. En el concreto reforzado, la resistencia a la tensión la absorbe mayoritariamente el acero, pero aún así el concreto contribuye con un porcentaje, bajo, pero ayuda. Por esta razón se recomienda que se diseñen los elementos sujetos a tensión de tal que el acero soporte todo el peso, y el concreto pueda ser utilizado como recubrimiento ante la corrosión y el fuego.

### Ejemplo

Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 30 x 30 cm y refuerzo longitudinal de 8 barras del #8, f'c=250 kg/cm<sup>2</sup>.

#### Datos

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$Ag = 900 \text{ cm}^2 \text{ (es igual a } 30 \times 30 \text{ cm de lado)}$$

$$As = 40.56 \text{ cm}^2$$

$$Fras = 0.90$$

#### Cálculo de la resistencia

$$F_t = 1.5 \cdot \sqrt{f'c} \cdot A_g + A_s \cdot f_y \cdot F_{ras}$$

$$F_t = 174,646.8 \text{ kg}$$

### Problemas

- Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 40 x 30 cm., y un refuerzo longitudinal de 8 varillas del #6,  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 40 x 40 cm. y refuerzo longitudinal de 10 barras del # 8. Se sabe que por el interior de la sección se aloja un albañal de FoFo de 10 cm de diámetro.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

## FLEXIÓN SIMPLE

### Notación

$f'c$  ( $\text{kg/cm}^2$ ): resistencia del concreto

$f_y$  ( $\text{kg/cm}^2$ ): esfuerzo de fluencia del acero

$M_n$  ( $\text{kg-m}$  ó  $\text{kg-cm}$ ): momento nominal

$M_r$  ( $\text{kg-m}$  ó  $\text{kg-cm}$ ): momento resistente

$b$  ( $\text{cm}$ ): base de la sección

$d$  ( $\text{cm}$ ): peralte efectivo de la sección

$q$  (**adimensional**): índice del refuerzo

$p$  (**adimensional**): cuantía de acero

$A_s$  ( $\text{cm}^2$ ): área de acero

$F_r$  (**adimensional**): factor de reducción de resistencia

### Fórmulas

#### 1. Momento nominal

$$M_n = b \cdot d^2 \cdot f'c \cdot q \cdot (1 - 0.5q)$$

En donde:

$$q = \frac{p \cdot f_y}{f'c}$$

$$p = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

#### 2. Momento resistente

$$M_r = F_r \cdot M_n$$

**Ejemplo 1**

Determinar la resistencia a flexión de una sección rectangular de 30 cm de base, 65 cm de altura y 5 cm de recubrimiento; armada con tres varillas del # 8 y  $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$ .

*Datos*

$$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 15 \text{ cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 65 \text{ cm}$$

$$d = 60 \text{ cm (altura total - recubrimiento)}$$

*Constantes*

$$f^*c = 0.8 \cdot f'c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 \cdot f^*c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

*1. Cálculo del momento nominal*

$$Mn = b \cdot d^2 \cdot f''c \cdot q \cdot (1 - 0.5q)$$

En donde:

$$p = \frac{As}{b \cdot d} = 0.00833$$

$$q = \frac{p \cdot fy}{f''c} = 0.257$$

$$Mn = 3,290,000 \text{ kg-cm}$$

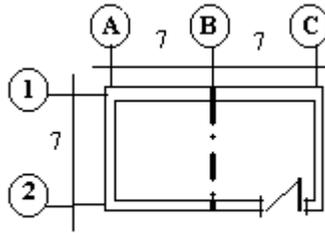
*2. Cálculo de momento resistente*

$$Mr = Fr \cdot Mn = \underline{\underline{2,961,000 \text{ kg-cm}}}$$

**Problemas**

- Calcular el momento resistente a flexión de una sección rectangular de 40 cm de base y 55 cm de altura, 2.5 cm de recubrimiento; armada con 6 varillas del # 6.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular el momento resistente a flexión de una sección rectangular de 30 cm de base 60 cm de altura, 3 cm de recubrimiento, armada con 4 varillas del # 8.  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$ .

- c) Un cliente quiere acondicionar una recámara de su casa habitación como consultorio dental; y quiere saber si la trabe intermedia de ese entrespacio soportará el sillón dental.



La losa es maciza de 10 cm de espesor y tiene un acabado de mármol de 3 cm. Se sabe por los planos estructurales que la trabe tiene 40 cm de base, 65 cm de altura, y 5 cm de recubrimiento, el armado es de 6 varillas del # 4. El equipo dental que soportará la trabe significa un peso adicional de 3 toneladas. La trabe es libremente apoyada.

## CORTANTE

### Notación

$f'c$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ): resistencia del concreto

$f_y$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ): esfuerzo de fluencia del acero

$b$  ( $\text{cm}$ ): base de la sección

$d$  ( $\text{cm}$ ): peralte efectivo de la sección

$p$  (**adimensional**): cuantía de acero

$A_s$  ( $\text{cm}^2$ ): área de acero

$Fr$  (**adimensional**): factor de reducción de la resistencia (0.80)

$V_c$  ( $\text{kg}$ ): resistencia nominal a cortante del concreto

$V_{cr}$  ( $\text{kg}$ ): resistencia de diseño a cortante del concreto

$V_{sr}$  ( $\text{kg}$ ): resistencia de diseño a cortante del acero

$V_{csr}$  ( $\text{kg}$ ): resistencia total de diseño (concreto y acero)

$s$  ( $\text{cm}$ ): separación entre estribos

### Fórmulas

#### 1. Contribución del concreto

$$\text{si } p < 0.01 \quad V_{cr} = Fr \cdot \left[ \left( (0.20 + 30 \cdot p) \sqrt{f'c} \right) \cdot b \cdot d \right]$$

$$\text{si } p > 0.01 \quad V_{cr} = Fr \cdot \left( 0.5 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d \right)$$

En donde

$$p = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$Fr = 0.8$$

## 2. Contribución del acero

$$V_{sr} = \frac{Fr \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$$

## 3. Resistencia de diseño

$$V_{csr} = Fr \cdot (V_{cr} + V_{sr})$$

En donde  $Fr = 0.85$

### Ejemplo

Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 30 x 50 cm, el armado es de 4 barras del # 6, los estribos son del # 2, separados a 10 cm.  $f'_c = 210$  kg/cm<sup>2</sup>.

#### Datos

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 11.40 \text{ cm}^2 \text{ (una varilla del \# 6 = } 2.85 \text{ cm}^2 \times 4)$$

$$A_v = 0.32 \text{ cm}^2$$

$$s = 10 \text{ cm}$$

#### Constantes

$$f^*c = 0.8f'_c = 168 \text{ kg/cm}^2$$

$$p = \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.0076$$

#### 1. Cálculo de la contribución del concreto

como  $p < 0.001$  utilizamos:

$$V_{cr} = Fr \cdot \left[ (0.20 + 30 \cdot p) \sqrt{f^*c} \right] \cdot b \cdot d$$

$$V_{cr} = 6,774.45 \text{ kg}$$

#### 2. Cálculo de la contribución del acero

$$V_{sr} = \frac{Fr \cdot Av \cdot fy \cdot d}{s}$$

$$V_{sr} = 5,376 \text{ kg}$$

### 3. Cálculo de la resistencia

$$V_{csr} = Fr \cdot (V_{cr} + V_{sr})$$

$$\underline{V_{csr} = 10,327.88 \text{ kg}}$$

### Problemas

- Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 40 x 60 cm, el armado es de 6 varillas del # 8, el recubrimiento es de 2.5 cm, los estribos son del # 2.5 separados a cada 7 cm.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 35 x 55 cm; el armado es de 8 varillas del # 5, los estribos son del # 2.5 separados a cada 9 cm.  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ .
- Un cliente determinado construyó una serie de vigas en cantiliber para soportar un tapanco en un local comercial y quiere saber si las vigas soportarán el esfuerzo cortante al que están sometidos; se sabe que el peso que soportaran las trabes es de 3 ton/ml, más su peso propio. Las trabes tienen una longitud de 3 mts, la sección es de 30 x 60 cm. El refuerzo longitudinal es de 6 varillas del # 8, el recubrimiento es de 2.5 cm, los estribos son del # 3, colocados a cada 5 cm.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

## DISEÑO POR VIENTO (techos inclinados)

### Notación

**Cd:** factor de forma (-1.75)

**K:** factor correctivo (1.20)

**V (km/h):** velocidad del viento

**p (kg/m<sup>2</sup>):** presión del viento

**Vd (km/h):** velocidad de diseño

### Fórmulas

$$Vd = K \cdot V$$

$$p = 0.0048 \cdot Cd \cdot Vd^2$$

## CIMENTACIONES SUPERFICIALES (mampostería)

**Notación:**

**w (kg/m):** carga lineal sobre el cimiento  
**fr (kg/cm<sup>2</sup>):** capacidad de carga del terreno  
**k (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo unitario del mortero (1.0)  
**c (cm):** corona del cimiento  
**b (cm):** base del cimiento  
**v (cm):** vuelo del cimiento  
**p (cm):** profundidad del cimiento

**Fórmulas****1. Determinación de la base**

$$b = \frac{w}{fr \cdot 100}$$

**2. Determinación del vuelo**

$$v = \frac{b - c}{2}$$

**3. Profundidad del cimiento**

$$p = v \cdot \sqrt{3 \cdot \left( \frac{fr}{k} \right)}$$

**Nota:** El cimiento mínimo de mampostería deberá ser de las siguientes dimensiones:

Base: 50 cm  
 Altura: 50 cm  
 Corona: 30 cm

**Ejemplo**

Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería para una carga lineal de 1500 kg/m y una resistencia del terreno de 0.3 kg/cm<sup>2</sup>.

**Datos**

w= 1500 kg/m  
 fr= 0.3 kg/cm<sup>2</sup>  
 k= 1.0 kg/cm<sup>2</sup>  
 c= 30 cm

**1. Determinación de la base**

$$b = \frac{w}{fr \cdot 100}$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

2. *Determinación del vuelo*

$$v = \frac{b - c}{2}$$

$$v = 10 \text{ cm}$$

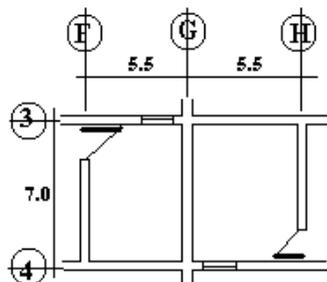
3. *Determinación de la profundidad*

$$p = v \cdot \sqrt{3 \cdot \left( \frac{fr}{k} \right)}$$

$p = 9.48 \text{ cm}$ . En este caso por ser la profundidad del cimiento menor que 50 cm se tomara el valor de este mínimo.

**Problemas**

- a) Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 3,000 kg/ml, con una reacción del terreno de 0.4 kg/cm<sup>2</sup>.
- b) Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 3,750 kg/ml, y una reacción del terreno de 0.5 kg/cm<sup>2</sup>.
- c) Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 2,000 kg/ml, con una reacción del terreno de 0.8 kg/cm<sup>2</sup>.
- d) Se requiere conocer las dimensiones para un cimiento en una casa habitación.



Se sabe que el muro más castigado es el que está en el eje G entre 3 y 4. La casa habitación es de 2 niveles y la altura a lecho bajo en los dos casos es de 2.5 mts. Las losas son macizas de 10 cm de espesor y los muros son de TRR 7-14-28. La resistencia del terreno es de 0.3 kg/cm<sup>2</sup>

## CIMIENTOS DE CONCRETO

En determinados tipos de construcciones, es factible la construcción de cimientos de concreto (sin refuerzo), o de concreto ciclópeo, esto, en términos generales se puede realizar cuando la resistencia del terreno es buena (lomerío) y las cargas son bajas (edificios de pocos niveles), en estos casos el cimiento sirve más como anclaje de la estructura en el terreno, que como medio de transmisión de cargas. En estos casos lo que rige el diseño es la fuerza cortante que transmite la estructura dentro del cimiento, para que el cimiento no falle por cortante, debe tener la profundidad (peralte) suficiente para desarrollar este esfuerzo, y la forma para absorber la línea de esfuerzos cortantes ( $45^\circ$ ); por lo cual su forma debe ser cuadrada o rectangular, por lo que es necesario dimensionar la base y la profundidad con las siguientes ecuaciones:

$$B = \frac{P}{Rt}$$

$$H \geq \frac{B - b}{2}$$

En donde:

B= base del cimiento

H= profundidad del cimiento

P= peso sobre la cimentación por metro lineal

Rt= resistencia del terreno

b= ancho del muro

## CIMENTACIÓN (Zapatatas)

### Notación

**f'c (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**fy (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero

**P (ton):** carga total sobre la zapata

**qa (ton/m<sup>2</sup>):** capacidad de carga del terreno

**Af (m<sup>2</sup>):** área efectiva de la zapata

**c (cm):** distancia del borde de la columna o muro al de la zapata

**d (cm):** peralte efectivo

**h (cm):** altura de la sección

**r (cm):** recubrimiento del refuerzo

**As (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**l (mts):** lado de la zapata

**lc (cm):** lado de la columna

### Fórmulas

#### 1. Área efectiva

$$A_f = \frac{P}{q_a}$$

$$l = \sqrt{A_f} \text{ zapata aislada}$$

En caso de que la zapata sea corrida, el lado de la zapata (l) será igual al Área efectiva (Af), ya que el peso es dado por metro lineal, que multiplicado por Af es igual al área necesaria. Es decir:

$$l = A_f \text{ zapata corrida}$$

$$c = \frac{(\sqrt{A_f}) - lc}{2}$$

## 2. Peralte efectivo

$$d = 8.3 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot c^2}{A_f}}$$

$$h = d + r$$

el recubrimiento para zapatas deberá ser de 3 cm si la zapata se encuentra apoyada sobre una plantilla de concreto pobre, y de 7 cm si está sobre el terreno.

## 3. Refuerzo

$$A_s = 0.184 \cdot h$$

**Nota:** Las contratraves o traves de liga entre zapatas aisladas o corridas se deben dimensionar de acuerdo con la siguiente relación:

$$h \leq 4 \cdot b$$

En donde:

h= peralte de la contratrabe

b= base de la contratrabe (se propone)

## Ejemplo

Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 21.19 ton. La resistencia del terreno es de 12 ton/m<sup>2</sup>. La columna es de 40 x 40 cm.

*Datos*

P= 21.19 ton

q<sub>a</sub>= 12 ton/m<sup>2</sup>

$$l_c = 0.40 \text{ mts}$$

1. *Area efectiva de la zapata*

$$A_f = \frac{P}{q_a} = 1.76 \text{ m}^2$$

$$l = \sqrt{A_f} = 1.32 \text{ m}^2$$

$$c = \frac{(\sqrt{A_f}) - l_c}{2} = 0.46 \text{ mts}$$

2. *Peralte efectivo*

$$d = 8.3 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot c^2}{A_f}} = 13.35 \text{ cm}$$

$$h = d + r = 20.35$$

3. *Cálculo del refuerzo*

$$A_s = 0.184 \cdot h = 3.74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se utilizarán varillas del # 3,  $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{100 \cdot A_v}{A_s} = 19.18 \text{ cm}$$

Se proponen varillas del # 3 @ 19 cm.

**Problemas**

- Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 50 ton. La resistencia del terreno es de 5 ton/m<sup>2</sup>, y la columna es de 30x 40 cm.
- Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 37 ton. La resistencia del terreno es de 3.5 ton/m<sup>2</sup> y la columna es de 40 x 40 cm.
- Calcular las dimensiones que requiere una zapata corrida, para un muro que tiene una carga lineal de 2.5 ton/m. La contratrase es de 20 cm de base y 50 cm de peralte.

## SUBSTITUCIÓN

La cimentación por substitución parte de un principio muy sencillo: substituir el peso del edificio por peso en tierra. Esto significa que debe ser escarbado un volumen de tierra, y construido unos cajones que mantengan ese volumen, lo suficientemente grande o profundo para sacar en peso de tierra el peso del edificio. Esta condición es lo que conocemos como substitución total o del 100% del edificio. Pero al menos en la ciudad de México, o terrenos similares, la práctica ha enseñado que esto no es conveniente por los asentamientos diferenciales que se pueden presentar en el edificio, por lo cual, es conveniente realizar sub-substitución, y recargar el resto del peso en pilotes, en la losa de los cajones, o en ambos, lo que conocemos como una cimentación mixta. Además así se evita la sobre-substitución, que provoca que, al sacar más tierra en peso, el edificio tienda a salirse, lo cual se traduce en asentamientos diferenciales que causan daños significativos a la estructura.

En términos generales podemos encontrar el peralte o altura de la substitución, para ser lograda al 100%, con la siguiente ecuación:

$$h = \frac{Pe}{Ae \cdot Pt}$$

En donde:

Pe= peso total del edificio

Ae= área total del edificio (en la planta baja)

Pt= peso del metro cúbico de tierra (1.5 ton para la ciudad de México)

h= altura de la cimentación substituida

Con base en este resultado, podemos fácilmente sub-substituir nuestra cimentación, reduciendo un determinado porcentaje a la altura de la cimentación, que en términos de peso tendrá que ser absorbido por otros medios.

## PILAS

Las pilas al ser más anchas que las columnas a las cuales corresponden, transmiten sin menor problema axialmente el peso hasta el estrato rocoso-resistente. Por lo cual revisar si su sección soporta el peso al cual estará sometido es una pérdida de tiempo. Pero es necesario verificar, que sí tenga el diámetro necesario para resistir la flexocompresión y los momentos de pandeo local, provocados por los enormes momentos de inercia a que están sometidas las plantas bajas de los edificios en los sismos, y que provocan un movimiento diferencial entre la estructura y subestructura del edificio. La revisión de este diámetro se puede realizar con la siguiente ecuación:

$$\phi = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,000 \cdot \sum_{i=1}^n AT_i}{0.3 \cdot \pi \cdot f'c}}$$

En donde:

$\phi$ = diámetro del fuste en cm

AT<sub>i</sub>= área tributaria por piso

n= número de pisos

Posteriormente, es necesario que la campana de la pila sea capaz de transmitir los esfuerzos a la capa rocosa resistente, así como anclar la pila a ésta. Esto se puede fácilmente determinar con la ecuación:

$$D = 200 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n AT_i}{\pi \cdot Q}}$$

En donde:

D= diámetro de la campana en cm

Q= capacidad de carga del terreno (ton/m<sup>2</sup>)

## PILOTES

Al contrario que las pilas, los pilotes al ser elementos mucho más delgados y esbeltos, si tiene que ser revisada su capacidad de carga axial, lo cual se puede realizar con la ecuación de resistencia a compresión antes vista:

$$P_o = 0.85 \cdot (A_g \cdot f'_c + A_s \cdot f_y)$$

Además, debe de ser revisado el diámetro propuesto para el pilote, por los esfuerzos de flexocompresión provocados por los momentos de inercia sísmicos en la base del edificio con las siguientes ecuaciones:

$$\phi = \frac{110 \cdot A}{(2 \cdot n) \cdot \pi \cdot L} \quad \text{para pilotes de fricción}$$

$$\phi = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,100 \cdot A}{0.3 \cdot \pi \cdot n \cdot f'_c}} \quad \text{para pilotes de punta}$$

En donde:

$\phi$ = diámetro del pilote en cm

A= área construida en m<sup>2</sup>

n= número de pilotes en toda la cimentación

L= longitud del pilote sin incluir la punta, en mts.

## LOSAS (una dirección)

### Introducción.

En términos estructurales, existen dos tipos de losas: perimetralmente apoyadas y planas. Las primeras son las que están forzosamente apoyadas en todo su perímetro sobre sus apoyos (muros y/o vigas), y las segundas son las que se apoyan únicamente sobre columnas. A partir de las experiencias de los sismos de 1985, el uso de losas planas se ha casi eliminado ya que la mayor parte de

los edificios que utilizaron este sistema de losas, fallaron o quedaron seriamente dañados durante el siniestro. Esto debido al enorme esfuerzo de punzonamiento (cortante) que ejerce la columna en la losa; a que los apoyos (columnas) no tienen ninguna restricción al giro y no se forman marcos rígidos en la estructura. Por lo cual en este libro realizaremos el análisis y cálculo de losas perimetralmente apoyadas. En este caso las losas perimetrales que trabajan en una dirección.

Las losas son elementos estructurales cuyas dimensiones en planta son relativamente grandes en comparación con su peralte. Las losas que funcionan en una dirección, son aquellas que trabajan únicamente en la dirección perpendicular a los apoyos, esto sucede cuando en una losa perimetralmente apoyada existe un lado que es dos veces o más de dos veces grande que el otro lado. Esto se define como la relación claro corto ( $L_c$ )-claro largo ( $L_l$ ), para lo cual:

Si  $L_l/L_c > 2$  = losa en una dirección

Si  $L_l/L_c < 2$  = losa en dos direcciones

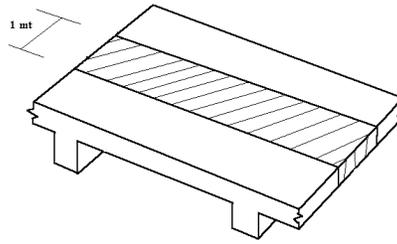
El diseño de losas es por consiguiente, similar de las vigas, con algunas características que se señalan a continuación. Se recomienda iniciar el diseño fijando un valor del peralte que garantice que no ocurran deflexiones excesivas, ya que esto es el factor que suele regir en el diseño para ello puede usarse la tabla 1 tomada del Reglamento ACI 318-83, y aprobada por las Normas Técnicas Complementarias (NTC) del DDF.

**Tabla 1**

<i>Elemento</i>	<i>Libremente apoyada</i>	<i>Un extremo continuo</i>	<i>Ambos extremos continuos</i>	<i>Voladizo</i>
<b>Losas Macizas</b>	L/20	L/24	L/28	L/10
<b>Vigas y losas nervadas</b>	L/16	L/18.5	L/21	L/8

Una vez determinado el espesor total de la losa, se calcula el peralte efectivo restando el recubrimiento del espesor. El ACI recomienda un recubrimiento libre de 2 cm para losas no expuestas a la intemperie o no coladas contra el suelo, como las zapatas de cimentación. Para este mismo caso las NTC recomiendan 1 cm o el diámetro de la barra, el valor que sea mayor.

El cálculo de los momentos flexionantes y de las fuerzas cortantes puede realizarse después, considerando que la losa es una viga continua de un metro de ancho con carga uniforme (ver ilustración). Puede usarse cualquier método de análisis elástico o bien los coeficientes de momentos que se presentan en los manuales de diseño. Las NTC especifican, al igual que para vigas, que el claro se cuente a partir del centro de los apoyos, excepto cuando el ancho de éstos es mayor que el peralte efectivo; en este caso, el claro se cuenta a partir de la sección que se ubica a medio peralte efectivo del paño interior de los apoyos.



Ya habiendo determinado el peralte efectivo,  $d$ , y los momentos flexionantes, se calcula el refuerzo necesario con las ecuaciones de flexión de vigas, con las gráficas correspondientes. El refuerzo obtenido se coloca en dirección paralela a las franjas, o sea, en la dirección del claro considerado. En dirección perpendicular es necesario colocar también refuerzo para resistir los esfuerzos producidos por contracción del concreto y por cambios de temperatura, y por falta de uniformidad de la carga. Tanto el refuerzo por flexión como el de contracción y cambios de temperatura, deben satisfacer ciertos requisitos de cuantía y separación que se mencionan a continuación.

Las NTC especifican que el refuerzo por flexión sea el mínimo para vigas o sea:

$$A_{s_{\min}} = \{ (0.7 \sqrt{f'_c}) / f_y \} b d$$

El ancho  $b$  se considera de 100 cm y el área obtenida de esta manera es la necesaria para una franja de un metro de ancho. La separación del refuerzo no debe ser superior a la especificada para el refuerzo por contracción y temperatura. Para este refuerzo las NTC recomiendan la misma área mínima que para otros elementos estructurales que tengan una dimensión mínima de 1.50 m. la ecuación correspondiente para una franja de un metro de ancho es la siguiente:

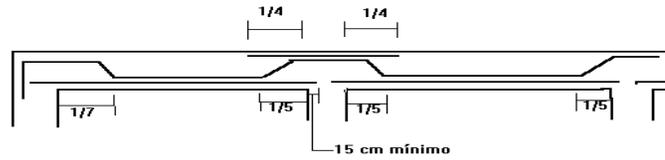
$$A_{s_{\text{contr}}} = \{ 45000 h / f_y (h + 100) \}$$

donde  $h$  es el espesor de la losa.

La NTC permiten calcular el refuerzo por contracción y temperaturas en forma simplificada usando una relación de refuerzo  $p$ , de 0.002 para losas no expuestas a la intemperie y de 0.004 para el caso de que sí lo estén. En el dimensionamiento de losas es frecuente calcular primero el área de acero por metro de ancho de losa, después elegir el diámetro de la barra, y, por último, calcular la separación entre barras. Este último cálculo puede hacerse en forma rápida con la siguiente ecuación:

$$s = 100 A_b / A_s$$

donde  $s$  es la separación entre barras;  $A_b$ , el área de cada barra, y  $A_s$ , el área por metro de ancho de losa. En la siguiente ilustración se muestran algunas recomendaciones típicas para la colocación del refuerzo por flexión.



### Notación

- $f'c$  ( $kg/cm^2$ ):** resistencia del concreto  
 **$f_y$  ( $kg/cm^2$ ):** esfuerzo de fluencia del acero  
 **$w$  ( $kg/m^2$ ):** carga total sobre la losa  
 **$d$  ( $cm$ ):** peralte efectivo  
 **$h$  ( $cm$ ):** altura total de la sección  
 **$r$  ( $cm$ ):** recubrimiento del refuerzo  
 **$M^-$  ( $kg-m$ ):** momento negativo  
 **$M^+$  ( $kg-m$ ):** momento positivo  
 **$l$  ( $cm$ ):** largo de la sección  
 **$Fr$  (adimensional):** factor de reducción (0.9)  
 **$\omega$  (adimensional):** constante  
 **$p$  (adimensional):** cuantía de acero  
 **$p_{min}$  (adimensional):** cuantía mínima de acero  
 **$A_s$  ( $cm^2$ ):** área de acero  
 **$A_{smin}$  ( $cm^2$ ):** área mínima de acero  
 **$s$  ( $cm$ ):** separación del refuerzo  
 **$A_{scontr}$  ( $cm^2$ ):** área de acero por contracción  
 **$s_{contr}$  ( $cm$ ):** separación del refuerzo por contracción

### Fórmulas

#### 1. Cálculo del espesor

$$h = \frac{l}{20} \text{ si es libremente apoyada}$$

$$h = \frac{l}{24} \text{ si tiene un extremo continuo}$$

$$h = \frac{l}{28} \text{ si tiene los dos extremos continuos}$$

$$h = \frac{l}{10} \text{ si está en voladizo}$$

#### 2. Cálculo de momentos

$$M_+ = \frac{w \cdot l^2}{8} \text{ libremente apoyada}$$

$$M_+ = \frac{9 \cdot w \cdot l^2}{128} \text{ empotrada y apoyada}$$

$$M_- = \frac{w \cdot l^2}{8}$$

$$M_+ = \frac{w \cdot l^2}{24} \text{ doblemente empotrada}$$

$$M_- = \frac{w \cdot l^2}{8}$$

### 3. Cálculo de áreas de acero

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c}$$

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{fy}$$

$$P_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy}$$

**Nota:** si p es menor que p<sub>min</sub>, se toma el valor de p<sub>min</sub>.

$$As = p \cdot b \cdot d$$

$$As_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy} \cdot b \cdot d$$

**Nota:** si As es menor que As<sub>min</sub> se toma el valor de As<sub>min</sub>.

$$s = \frac{100 \cdot Av}{As}$$

$$As_{contr} = \frac{4500 \cdot h}{fy \cdot (h + 100)}$$

$$s_{contr} = \frac{100 \cdot Av}{As}$$

**Nota:** este procedimiento se realiza tanto para el acero negativo como para el acero positivo. El acero por contracción se coloca en la dirección larga de la losa, que no está sometida a ningún momento.

**Ejemplo**

Diseñar una losa con carga distribuida de 991.2 kg/m<sup>2</sup>. La longitud de la losa es de 5 x 15 mts. f'c= 200 kg/cm<sup>2</sup>. Ambos extremos son continuos.

*Datos*

$$\begin{aligned} f'c &= 200 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ r &= 2 \text{ cm} \\ l &= 300 \text{ cm} \\ w &= 991.2 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

*Constantes*

$$\begin{aligned} f^*c &= 0.8 \cdot f'c = 160 \text{ kg/cm}^2 \\ f''c &= 0.85 \cdot f^*c = 136 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

1. *Cálculo del espesor*

$$h = \frac{l}{28} = 17.28 \text{ cm}$$

$$d = h - r = 15.28 \text{ cm}$$

2. *Cálculo de los momentos*

$$M_+ = \frac{w \cdot l^2}{24} = 1032.5 \text{ kg-m}$$

$$M_- + \frac{w \cdot l^2}{12} = 2065 \text{ kg-m}$$

3. *Cálculo de áreas de acero*

**Momento negativo (-)**

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} = 0.07$$

**Observación:** la base de la losa siempre se considera de un ancho de un metro (100 cm); y como todas las unidades están en centímetros en momento último se tiene que convertir a kg-cm, multiplicando por 100 o recorriendo dos lugares el punto.

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{fy} = 0.0022$$

$$p_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy} = 0.0023$$

Se considera  $p_{min}$  ya que  $p < p_{min}$

$$As = p_{min} \cdot b \cdot d = 3.52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se selecciona varilla # 3 (3/8")  $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{100 \cdot A_v}{As} = 20.11 \text{ cm se iguala a } 20 \text{ cm}$$

$$As_{contr} = \frac{45000 \cdot h}{fy \cdot (h + 100)} = 1.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{Ascontr} = \frac{100 \cdot A_v}{As_{contr}} = 47.3 \text{ cm}$$

**Nota:** La separación máxima entre varillas es de 3 veces el peralte (3d) para este caso  $3 \times 15.23 = 45.69 \text{ cm}$ , que lo igualamos a 45 cm

**Momento positivo (+)**

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} = 0.036$$

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{fy} = 0.0011$$

$$p_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy} = 0.0023$$

Se considera  $p_{min}$  ya que  $p < p_{min}$

$$As = p_{min} \cdot b \cdot d = 3.52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se selecciona varilla # 3 (3/8")  $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$

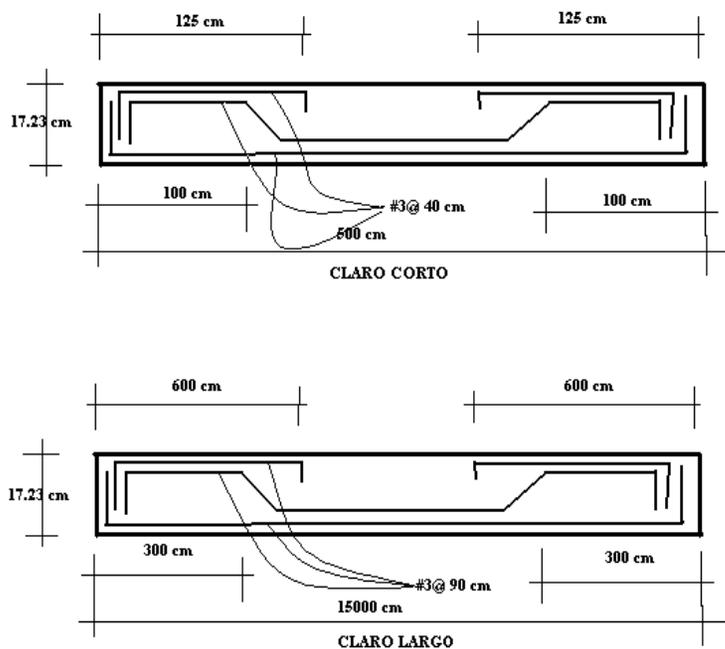
$$s = \frac{100 \cdot A_v}{A_s} = 20.11 \text{ cm se iguala a } 20 \text{ cm}$$

$$A_{s_{contr}} = \frac{45000 \cdot h}{f_y \cdot (h + 100)} = 1.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{As_{contr}} = \frac{100 \cdot A_v}{A_{s_{contr}}} = 47.3 \text{ cm}$$

La separación máxima entre varillas es de 3 veces el peralte (3d) para este caso  $3 \times 15.23 = 45.69 \text{ cm}$ , que lo igualamos a 45 cm

**Observación:** como se puede observar, en el momento positivo, al ser menor, todas las separaciones tuvieron que ser iguales, ya que en el momento negativo tuvimos que considerar las mínimas. Por esta razón, recomendamos que en el cálculo de losas tanto de una como de dos direcciones siempre se empiece calculando el momento más grande, si este no cubre con los mínimos, entonces los demás se pueden obviar.



## LOSAS (dos direcciones)

Como ya mencionamos, las losas las podemos dividir en dos grandes grupos: perimetralmente apoyadas y planas. Las losas apoyadas perimetralmente son aquellas que están apoyadas sobre vigas o muros en sus cuatro lados, y que por tanto trabajan en dos direcciones, a diferencia de las losas en una dirección que, estructuralmente sólo se apoyan en dos extremos. Las losas planas, son aquellas que se apoyan directamente sobre las columnas, sin existir ninguna trabe entre columna y columna.

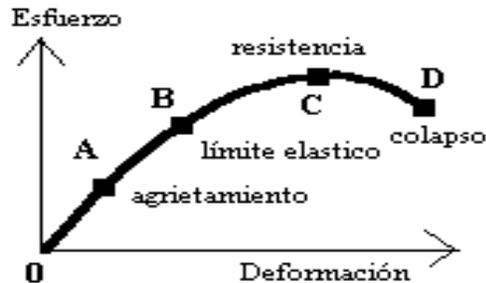
Este sistema estructural fue ampliamente utilizado en México y en el mundo, sobre todo después del esquema de la famosa *Casa Domino* de Le Corbusier. Pero, sus principales desventajas, es el enorme punzonamiento o cortante que se produce en el apoyo entre columna y losa (que se puede disminuir con el uso de capiteles), y la relativa independencia de las columnas, que al no formar un marco rígido se pandean y/o flexionan a diferentes ritmos cada una. Esto hizo que la mayor parte de los edificios con este sistema de entrepiso, en México, se colapsara en el sismo de 1985; por lo cual han entrado en desuso, por esa razón aquí analizaremos las perimetralmente apoyadas, que sísmicamente funcionan muchísimo mejor.

La diferencia entre losas que trabajan en una dirección y losas apoyadas perimetralmente, puede verse también en la forma que adquieren las losas cuando se deflexionan bajo la acción de cargas normales a su plano: las primeras se deforman en curvatura simple mientras que las segundas lo hacen en curvatura doble.

Una característica estructural importante de los apoyos de estas losas es que su rigidez a flexión es mucho mayor que la rigidez a flexión de la propia losa.

Las losas apoyadas perimetralmente forman parte, comúnmente de sistemas estructurales integrados por columnas, vigas y losas. El comportamiento de éstas no puede estudiarse rigurosamente en forma aislada sino que debe analizarse todo el sistema, ya que las características de cada elemento influyen en el comportamiento de los otros. Sin embargo, por simplicidad y conveniencia en el estudio, se consideran las losas en forma aislada. Esto permitirá el planteamiento de métodos de diseño suficientemente precisos para fines prácticos, siempre que se cumpla la hipótesis mencionada de que los apoyos tengan una rigidez a flexión mucho mayor que el de las losas.

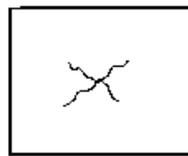
La gráfica de esfuerzo deformación en el centro del claro de una losa apoyada perimetralmente, ensayada hasta la falla, tiene la forma mostrada en la siguiente figura, en la que se distinguen las siguientes etapas:



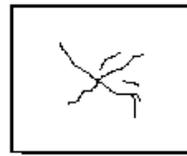
- una etapa lineal desde 0 hasta A, en la que el agrietamiento del concreto en la zona de esfuerzos de tensión es despreciable. El agrietamiento del concreto por tensión, representado por el punto A, ocurre bajo cargas relativamente altas. Las cargas de servicio de las losas se encuentran generalmente cerca de la carga correspondiente al punto A.
- La etapa A-B, en la que existe agrietamiento del concreto en la zona de tensión y los esfuerzos en el acero de refuerzo son menos que el límite de fluencia. La transición de la etapa 0-A a la etapa A-B es gradual, puesto que el agrietamiento del concreto se desarrolla paulatinamente desde las zonas de momentos flexionantes menores. Por la misma razón, la pendiente de la gráfica esfuerzo deformación en el tramo A-B, disminuye poco a poco.

- c) La etapa B-C en la que los esfuerzos en el acero de refuerzo sobrepasan el límite de fluencia. Al igual que el agrietamiento del concreto, la fluencia del refuerzo empieza en las zonas de momentos flexionantes máximos y se propaga paulatinamente hacia las zonas de momentos menores.
- d) Por último, la rama descendente C-D, cuya amplitud depende, como en el caso de las vigas, de la rigidez del sistema de aplicación de cargas

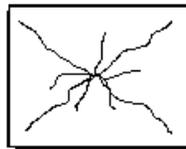
Para ilustrar el avance del agrietamiento y de la fluencia del refuerzo en distintas etapas de carga, se presentan a continuación las configuraciones de agrietamiento en la cara inferior de una losa cuadrada simplemente apoyada sujeta a carga uniformemente repartida en su cara superior, para distintos valores de la carga aplicada.



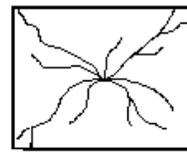
a) Carga Pequeña



b) Carga Regular



c) Carga Alta



d) Carga de falla

### Cálculo

**Nota:** las losas en dos direcciones se calculan igual que las losas en una dirección, con las excepciones que en este caso existen momentos en ambas direcciones, para lo cual se requiere calcular el claro corto y el largo. Además la formula para el peralte es igual a:

$$d = \frac{\text{Perimetro}}{300}$$

si  $f_s < 2,000 \text{ kg/cm}^2$  ( $f_s = 0.6f_y$ ) y  $w < 380 \text{ kg/cm}^2$

si no se cumple alguna o las dos condiciones anteriores:

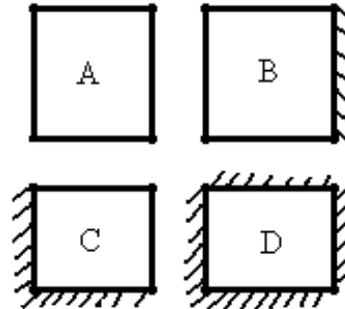
$$d = \frac{\text{Perimetro} \cdot (0.034 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot w})}{300}$$

Para este caso, para calcular el perímetro los lados discontinuos deberán multiplicarse por 1.25 si la losa es monolítica con sus apoyos (ej. losa en traveses o cerramientos de concreto), y por 1.5 si no son monolíticos con sus apoyos (ej. losa apoyada en traveses de acero, o directamente sobre tabiques).

Además con esta formula no es necesario verificar las deflexiones en la losa.

## Problemas

a) Calcular las siguientes cuatro losas. La losa A es de 7 x 7 mts, la B de 7.5 x 7.5 mts, la C de 6 x 6 mts, y la D de 7.5 x 7.5 mts.



## VIGAS

### Notación

**$f'c$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** resistencia del concreto  
 **$f_y$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** esfuerzo de fluencia del acero  
 **$f_s$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** esfuerzo permisible del acero ( $0.6f_y$ )  
 **$P_b$  (adimensional):** porcentaje balanceado de acero  
 **$p$  (adimensional):** porcentaje de acero ( $0.5P_b$ )  
 **$K$  (adimensional):** valor de la gráfica ( $M_u/bd^2$ )  
 **$b$  (cm):** base de la sección  
 **$d$  (cm):** peralte efectivo de la sección  
 **$h$  (cm):** altura total de la sección ( $d+r$ )  
 **$M_u$  ( $\text{kg-m}$  o  $\text{kg-cm}$ ):** momento último resistente  
 **$A_s$  ( $\text{cm}^2$ ):** área de acero  
 **$r$  (cm):** recubrimiento del refuerzo  
 **$V_c$  (kg):** esfuerzo cortante real  
 **$V_{cr}$  (kg):** esfuerzo cortante resistente  
 **$s$  (cm):** separación del refuerzo transversal  
 **$F_r$  (adimensional):** factor de reducción (0.9)  
 **$A_v$  ( $\text{cm}^2$ ):** área de la varilla

### Fórmulas

#### 1. Cálculo de los momentos y cortantes

Este procedimiento se hace de acuerdo con las fórmulas ya vistas.

#### 2. Cálculo del peralte efectivo

$$Pb = \frac{f''c}{fy} \cdot \frac{4800}{fy + 6000}$$

$$p = 0.5 \cdot Pb$$

Utilizando las gráficas de porcentajes de refuerzo se encuentra el valor de K:

$$K = \frac{Mu}{b \cdot d^2}$$

Se propone la base de la sección, y se procede a calcular el peralte efectivo:

$$d = \sqrt{\frac{Mu}{K \cdot b}}$$

**Nota:** el momento último tiene que estar en kg-cm, para lo cual se puede multiplicar por 100 o recorrer dos números el punto.

**Importante:** lo más recomendable, por las características geométricas que debe tener una sección a flexión, es que el peralte sea “aproximadamente” el doble que la base, o mínimamente iguales, de no cumplirse esta condición, se debe reducir la propuesta de la base, hasta que esta condición se cumpla. De no ser así, porque la sección da demasiado pequeña, se recomienda proponer una sección mínima de 700 cm<sup>2</sup> de sección, que es el mínimo para elementos estructurales (ej. 26 x 27, 20 x 35, 15 x 47).

$$h = d + r$$

### 3. Cálculo del área de acero

Utilizando la gráfica se encuentra p, de acuerdo al valor real de:

$$\frac{Mu}{b \cdot d^2}$$

$$As = p \cdot b \cdot d$$

### 4. Cálculo del cortante

Contribución del concreto

$$Vcr = Fr \cdot b \cdot d \cdot [0.2 + (30 \cdot p)] \cdot \sqrt{f^*c}$$

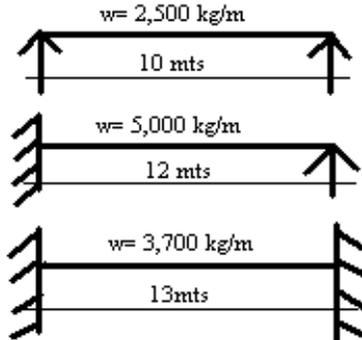
Si el cortante resistente del concreto (Vcr) es mayor que el cortante real, entonces la sección no necesita estribos, y se colocan para armar del # 2.3 ó 3 @ 30 cm., pero si es menor, la diferencia debe ser absorbida por los estribos. Se selecciona el número de la varilla y se calcula su separación de acuerdo a:

$$s = \frac{Av \cdot fy \cdot d}{Vc - Vcr}$$

**Nota:** la separación mínima entre estribos es de 30cm, de dar menor se deberá ajustar a este mínimo.

**Problemas:**

a) Calcular las siguientes tres vigas:



**VIGAS HIPERESTÁTICAS**

**Método de Cross**

Este método desarrollado por Hardy Cross en 1932, parte de una estructura ideal cuyos nodos están perfectamente rígidos, lo que obliga que para llegar a la estructura real es necesario realizar dos pasos:

1. Distribuir los momentos de desequilibrio que se presentan en cada nodo.
2. Estos momentos de desequilibrio distribuidos afectan el otro extremo de la barra. Su cuantificación se hace a través de un factor de transporte.

Al realizar este transporte se vuelve a desequilibrar la viga lo que obliga a realizar una nueva distribución. Este proceso termina cuando el momento distribuido, sea tan pequeño que no afecte el resultado del momento final.

*Secuela de cálculo:*

- a) Se consideran perfectamente empotrados todos los apoyos y se calculan los momentos de empotramiento.
- b) Se calculan las rigideces para cada barra con la fórmula  $R=(4EI)/\ell$ ; en caso de que todas las barras de la viga sean del mismo material la fórmula se podrá reducir a  $R=(4I)/\ell$ ; si además de estos todas las barras tienen la misma sección podemos utilizar la fórmula  $R=4/\ell$ .

- c) Se calculan los factores de distribución por nodo y por barra a través de la fórmula  $f_d = r_i / \sum r_i$ , que significa la rigidez de la barra  $i$  entre la suma de las rigideces de las barras que concurren a ese nodo. Para el caso de los extremos libremente apoyados o en cantiliver el factor de distribución es 1 y si es empotrado 0.
- d) Se hace la primera distribución multiplicando el momento desequilibrado por los factores de distribución de las barras que concurren a ese nodo, verificando que la suma de los momentos distribuidos sea igual al momento de desequilibrio. Cuando los momentos tengan el mismo signo, el momento desequilibrado se encuentra restando al mayor el menor, y cuando son de diferente signo se suman. A los momentos distribuidos en los nodos centrales se le coloca signo negativo (-) al menor y positivo (+) al mayor, en los extremos siempre se cambia el signo.
- e) Se realiza el primer transporte; los momentos distribuidos se multiplican por el factor de transporte  $f_t = 0.5$  para encontrar los momentos que se van a transmitir al otro extremo de la barra y siempre al transportarlo se le cambia el signo.
- f) Se repiten los dos pasos anteriores hasta que el momento distribuido sean menores del 10% de los momentos de empotramiento. Generalmente esto sucede en la 3a o 4a distribución.
- g) Los momentos finales se encontraran sumando todos los momentos distribuidos y transportados; verificando que el momento final de las barras que concurren al nodo sean iguales.

**Ejemplo**



Largo	5 mts		7 mts			
Num.	<b>1</b>		<b>2</b>			
Secc.	20 x 40 cm		30 x 60 cm			
I	106,666.66		540,000.00			
r	853.33		3,085.71			
Fd	<b>0</b>	<b>0.22</b>	<b>0.78</b>	<b>1</b>		
Me	-10,833.33	-10,833.33	-21,233.33	-21,233.33		
1D	0	-2,288	+8,112	+21,233.33		
1T	+1,144	0	-10,616.66	-4,056		
2D	0	-2,335.66	+8,280.99	+4,056		
2T	+1,167.83	0	-2,028	-4,140.49		
3D	0	-446.16	+1,581.84	+4,140.44		
MF	<b>-8,521.5</b>	<b>-15,903.15</b>	<b>-15,903.15</b>	<b>0</b>		
Visos	13,000↑	↑13,000	18,200↑	↑18,200		
Vhip	1,704.33↑	↓3,180.63	2,271.87↑	↓2,271.87		
Vfin	14,704.33	9,819.37	20,471.87	15,928.13		
M's	<b>-8,521.5</b>	<b>+18,380.41</b>	<b>-15,903.15</b>	<b>-15,903.16</b>	<b>+27,874.22</b>	<b>0</b>

Momentos de inercia

$$I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12} = 106,666.66 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{b \cdot h^3}{12} = 540,000.00 \text{ cm}^4$$

Rigideces

$$r_1 = \frac{4 \cdot I}{l} = 853.33 \text{ cm}^3$$

$$r_2 = \frac{4 \cdot I}{l} = 3,085.71 \text{ cm}^3$$

Momentos de empotramiento

$$Me_1 = \frac{w \cdot l^2}{12} = 10,833.33 \text{ kg-m}$$

$$Me_2 = \frac{w \cdot l^2}{12} = 21,233.33 \text{ kg-m}$$

Factor de distribución

$$Fd_1 = \frac{r_1}{\sum r} = 0.22$$

$$Fd_2 = \frac{r_2}{\sum r} = 0.78$$

Cortante

$$Va_1 = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 13,000 \text{ kg}$$

$$Va_2 = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 18,200 \text{ kg}$$

$$V_{hip1} = \frac{Mf}{l} = 1,704.33 \text{ kg}$$

$$V_{hip1-2} = \frac{Mf}{l} = 3,180.63 \text{ kg}$$

$$V_{hip2} = \frac{Mf}{l} = 2,271.87 \text{ kg}$$

Áreas de cortantes (momentos positivos)

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = 18,380.41$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = 27,874.22$$

## COLUMNAS

### Notación

**Mu (ton-m):** momento último en la columna  
**Pu (ton):** peso último en la columna  
**f'c (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto  
**fy (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero  
**p (adimensional):** cuantía del acero (0.025)  
**r (cm):** recubrimiento del refuerzo  
**ea (cm):** excentricidad accidental  
**d (cm):** lado de la sección interna  
**h (cm):** lado mayor de la sección externa  
**b (cm):** lado menor de la sección externa  
**Fr (adimensional):** factor de reducción (0.75)  
**As (cm<sup>2</sup>):** área de acero (0.025)  
**de (cm):** diámetro del estribo  
**db (cm):** diámetro del refuerzo longitudinal  
**I (cm<sup>4</sup>):** momento de inercia de la sección  
**E (cm<sup>3</sup>):** módulo de elasticidad del concreto

### Fórmulas

#### 1. Cálculo del refuerzo longitudinal

Tanteo inicial (se propone la sección, mínimo 40 x 40 cm)

Para poder calcular la resistencia de una sección flexocomprimida (que es el caso más crítico en compresión), es necesario primero revisar que:

$$\frac{l}{r} \leq 100$$

y posteriormente que la excentricidad accidental no sea mayor que:

$$e_a = 0.05 \cdot h \leq 2 \text{ cm}$$

Si no se cumplen cualquiera de las dos condiciones anteriores, significa que la columna es demasiado esbelta, es decir, que su relación ancho alto es muy alta, por lo cual hay que reducir la altura

de la columna, lo cual es menos probable por los requisitos arquitectónicos; o aumentar la sección de la misma. Entonces se calcula su resistencia:

$$P_c = \frac{Fr \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2}$$

En donde:

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'c}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$A_s = p \cdot b \cdot d$$

## 2. Cálculo del refuerzo transversal

Se tomará la separación entre estribos el menor de las siguientes tres ecuaciones (del # 2.5 en adelante):

$$48 \cdot d_e$$

$$\frac{850 \cdot d_b}{\sqrt{f_y}}$$

$$b$$

### Ejemplo

Dimensionar una columna que carga 100 ton y tiene un momento último de 23.5 ton-m,  $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$  y  $r = 5 \text{ cm}$ . y una longitud de 5 mts.

*Datos*

$$M_u = 23.5 \text{ ton-m}$$

$$P_u = 100 \text{ ton}$$

$$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$p = 0.025$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$l = 500 \text{ cm}$$

*Constantes*

$$f^*c = 0.8 \cdot f'c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 \cdot f^*c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

### 1. Cálculo del refuerzo longitudinal

Tanteo inicial = 40 x 40 cm

Revisión de las relaciones de esbeltez:

$$\frac{l}{r} = 25 < 100 \quad \text{OK}$$

$$e_a = 0.05 \cdot h = 2 \text{ cm} < 2 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

Revisión de la resistencia

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 213,333 \text{ cm}^4$$

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'c} = 189,736 \text{ cm}^3$$

$$P_c = \frac{Fr \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2} = 103,167 \text{ kg} > 100,00 \text{ kg} \quad \text{OK}$$

$$A_s = p \cdot b \cdot d = 40 \text{ cm}^2 \quad \text{Se usarán 6 varillas del \# 10}$$

## 2. Cálculo del refuerzo transversal

Se tomara la separación entre estribos el menor de las siguientes tres ecuaciones (del # 2.5 en adelante):

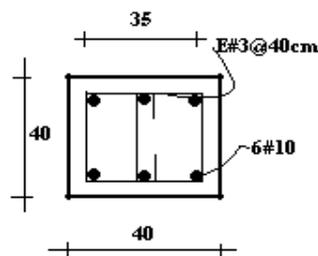
Se consideran estribos del # 3

$$48 \cdot de = 48 \text{ cm}$$

$$\frac{850 \cdot db}{\sqrt{fy}} = 42 \text{ cm}$$

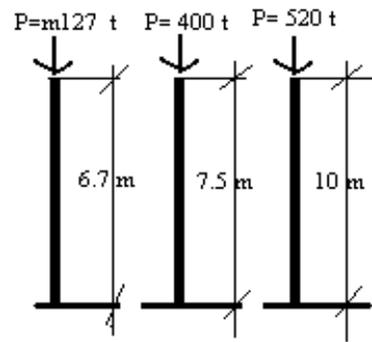
$$b = 40 \text{ cm}$$

Se toma 40 cm



## Problemas

a) Calcular las siguientes tres columnas:



## *Capítulo III* **ESTRUCTURAS DE ACERO**

### INTRODUCCIÓN

**Acero:** Aleación de hierro y carbono (éste último entre 0.5 y 1.5%). Lo que proporciona cualidades de maleabilidad, dureza y resistencia.

De los materiales comúnmente usados para fines estructurales, el acero es el que tiene mejores propiedades de resistencia, rigidez y ductilidad. Su eficiencia estructural es además alta debido a que puede fabricarse en secciones con la forma más adecuada para resistir la flexión, compresión u otro tipo de sollicitación. Las resistencias en compresión y tensión son prácticamente idénticas y pueden hacerse variar dentro de un intervalo bastante amplio modificando la composición química o mediante trabajo en frío. Hay que tomar en cuenta que a medida que se incrementa la resistencia del acero se reduce su ductilidad y que al aumentar la resistencia no varía el módulo de elasticidad, por lo que se vuelven más críticos los problemas de pandeo local de las secciones y global de los elementos. Por ello, en las estructuras normales la resistencia de los aceros no excede de 2500 kg/cm<sup>2</sup>, mientras que para refuerzo de concreto, donde no existen problemas de pandeo, se emplean con frecuencia aceros de 6000 kg/cm<sup>2</sup> y para presfuerzo hasta de 20000 kg/cm<sup>2</sup>. La continuidad entre los distintos componentes de la estructura no es tan fácil de lograr como en el concreto reforzado, y el diseño de las juntas, soldadas o atornilladas en la actualidad, requiere de especial cuidado para que sean capaces de transmitir las sollicitaciones que implica su funcionamiento estructural.

Por ser un material de producción industrializada y controlada, las propiedades estructurales del acero tienen generalmente poca variabilidad. Coeficientes de variación del orden de 10 por ciento son típicos para la resistencia y las otras propiedades. Otra ventaja del acero es que su comportamiento es perfectamente lineal y elástico hasta la fluencia, lo que hace más fácilmente predecible la respuesta de las estructuras de este material. La alta ductilidad del material permite redistribuir concentraciones de esfuerzos. Las extraordinarias cualidades estructurales del acero, y especialmente su alta resistencia en tensión, han sido aprovechadas estructuralmente en una gran variedad de elementos y materiales compuestos, primero entre ellos el concreto reforzado y el presfuerzo; además en combinación con madera, plásticos, mampostería y otros.

La posibilidad de ser atacado por la corrosión hace que el acero requiera protección y cierto mantenimiento en condiciones ambientales. El costo y los problemas que se originan por este aspecto son suficientemente importantes para que inclinen la balanza hacia el uso de concreto reforzado en algunas estructuras que deben quedar expuestas a la intemperie, como puentes y ciertas obras marítimas, aunque en acero podría lograrse una estructura más ligera y de menor costo inicial.

#### Tipos de Aceros y su resistencia

TIPO DE ACERO	Norma NOM	Norma ASTM	fy (kg/cm <sup>2</sup> )
Al carbono	B-234	A-36	2,530
	B-99	A529	2,950
Alta resistencia-baja aleación	B-284	A-441	2,810
			2,950
			3,235
			3,515
Resistencia a la corrosión-alta resistencia-baja aleación	B-282	A-242	2,950
			3,235
			3,515

El acero más utilizado en México B-254 ya que es el único con el que se fabrican todos los tipos e perfiles, placas y barras. Cualquier otro tipo de acero tiene que ser bajo pedido especial, y se tiene que utilizar una cantidad importante de éste, debido al tamaño de los hornos en los que es fundido el acero, lo cual elevaría mucho su costo.

Debido a las características de alta resistencia, el acero se utiliza como estructura en edificaciones con condiciones severas de carga y forma, grandes alturas, grandes claros. Pocos puntos de apoyo, voladizos y dificultades de ejecución.

Las estructuras de acero presentan las siguientes características o ventajas:

- a) Grandes alturas
- b) Grandes claros
- c) Máximo aprovechamiento del área
- d) Reducido peso de la estructura en relación con su capacidad de carga
- e) Tiempo reducido de ejecución al utilizar elementos prefabricados
- f) Facilidad de montaje
- g) Posibilidad de demostrar la estructura

**Ventajas y Desventajas**

Ventajas	Desventajas
Alta resistencia	Lograr continuidad
Alta rigidez	Juntas
Alta ductilidad	Corrosión
Relación: Forma Resistencia	Poca resistencia al fuego
Muy bajo Coeficiente de variabilidad de su resistencia	Alto costo inicial
	Mano de obra especializada
	Mantenimiento continuo

**Principios generales de diseño de estructuras metálicas.**

El propósito fundamental del diseñador de estructuras es lograr una estructura económica y segura, que cumpla con ciertos requisitos funcionales y estéticos. Para alcanzar esta meta, el diseñador debe tener un conocimiento completo de las propiedades de los materiales, del comportamiento estructural, de la mecánica y análisis estructural, y de la relación entre la distribución y la función de una estructura; debe tener también, una apreciación clara de los valores estéticos con objeto de trabajar en colaboración con otros especialistas y contribuir así al desarrollo de las cualidades funcionales y ambientales deseadas en una estructura.

En gran parte, el diseño estructural es un arte basado en la habilidad creativa, imaginación y experiencia del diseñador. Siempre que el diseño estructural tenga estas cualidades, será un arte. Sin embargo, no debe permanecer como un arte puro, ya que el usuario debe recibir los mayores beneficios dentro de sus posibilidades económicas. Esto requiere el desarrollo de nuevos tipos de estructuras y nuevas técnicas de construcción, las que a menudo necesitan soluciones más científicas y rigurosas; así pues, la mecánica y el análisis económico deben intervenir en el arte de crear mejores

edificios, puentes, máquinas y equipos. En el sentido amplio de la palabra el término “diseño” incluye tanto arte creativo como análisis científico.

La construcción de los monumentos egipcios, los templos griegos y los puentes romanos era arte basado principalmente en reglas empíricas, intuición y experiencia. El enfoque racional del diseño estructural, cuyo desarrollo tuvo comienzo en el siglo diecisiete, representa un acuerdo entre el arte y la ciencia, entre la experiencia y la teoría.

La teoría de las estructuras y la evidencia experimental son herramientas valiosas para el diseño estructural, mas no son suficientes para establecer un procedimiento de diseño completamente científico ya que en primer término, para hacer posible un análisis teórico, es necesario idealizar considerablemente el comportamiento estructural por medio de suposiciones ingenieriles bien fundamentadas, de modo que las fuerzas internas y los desplazamientos calculados representen solamente aproximaciones de los que realmente se presentan en las estructuras. Asimismo, la resistencia de las estructuras reales a las cargas y a las deformaciones pueden determinarse sólo aproximadamente. Además, las estructuras están sujetas frecuentemente a fuerzas y condiciones de servicio que no pueden ser previstas con precisión. De esta manera, la experiencia y el buen juicio siempre juegan un papel importante en la práctica del diseño estructural, aunque no son suficientes por sí solos, sino que deben ser guiados por el análisis científico, basado en la comprensión completa de la teoría de las estructuras y de la mecánica estructural.

### **Clasificación de las estructuras metálicas**

Las estructuras pueden dividirse en dos grupos principales *a) estructuras de cascarón*, hechas principalmente de placas o láminas, tales como tanques de almacenamiento, silos, cascos de buques, carros de ferrocarril, aeroplanos y cubiertas de cascarón para edificios grandes, y *b) estructuras reticulares*, las cuales se caracterizan por estar construidas de conjuntos de miembros alargados, tales como armaduras, marcos rígidos, trabes, tetraedros o estructuras reticuladas tridimensionales.

La lámina o placa utilizada en las estructuras de cascarón desempeña simultáneamente el doble papel de cubierta funcional y de elemento principal de carga; para ello se le rigidiza mediante bastidores que pueden o no soportar las cargas principales, un ejemplo de este tipo de estructuras sería el Palacio de los Deportes en la Ciudad de México. En cambio, los miembros principales de las estructuras reticulares no son generalmente funcionales y se usan únicamente para la transmisión de las cargas; esto obliga a colocar elementos adicionales, tales como muros, pisos, techos y pavimentos, que satisfagan los requisitos funcionales. Por tanto, puede parecer que las estructuras de cascarón son más eficientes que las reticuladas, ya que la cubierta o “cascara” es usada con un doble propósito: funcional y estructural. Hasta la fecha los cascarones no han sido utilizados ampliamente en estructuras metálicas, lo cual es atribuible a varios factores: *a)* la economía que puede obtenerse con este tipo de diseño estriba principalmente en el peso de la estructura y son efectivas únicamente para ciertos claros y distribuciones; *b)* los ahorros en peso pueden ir acompañados de correspondientes aumentos en los costos de construcción, y *c)* para poder reducir los costos de construcción de estas estructuras, se requiere una reorganización y una renovación del equipo, tanto en los talleres como en las cuadrillas de construcción. Estos factores se están resolviendo en la actualidad, con lo cual se obtiene una gran variedad de sistemas estructurales metálicos.

El famoso puente Verrazano-Narrows en Nueva York utiliza la alta resistencia a la tensión de los alambres de acero en sus cables y soportes; cada una de las torres de acero, de 210.30 mts. de altura, soporta una carga vertical de 95,255 toneladas, al mismo tiempo que resiste las cargas horizontales. Las armaduras colocadas a lo largo de la calzada rigidizan el puente contra el tráfico móvil y contra las fuerzas dinámicas de viento y sismo.

### **Miembros estructurales y conexiones**

Una estructura reticular convencional está compuesta de miembros unidos entre sí por medio de conexiones. Un miembro puede ser un perfil laminado estándar o bien estar formado por varios perfiles unidos por soldadura, remaches o tornillos. De esta manera podemos clasificar a los miembros estructurales en perfiles laminados y miembros armados. En México entre los elementos laminados se fabrican ángulos de lados iguales (LI), ángulo de lados desiguales (LD), perfil C estándar (CE), perfil I estándar (IE), perfil I rectangular (IR), perfil T rectangular (TR), redondo sólido liso (OS), tubo circular (OC), tubo cuadrado o rectangular (OR), perfil C formado en frío (CF), perfil Z formado en frío (ZF).

Los miembros pueden transmitir cuatro tipos fundamentales de cargas y se les clasifica de acuerdo con ellas, *a*) tensores, los cuales transmiten cargas de tensión, *b*) columnas, que transmiten cargas de compresión, *c*) traveses o vigas, que transmiten cargas transversales, y *d*) ejes o flechas, que transmiten cargas de torsión.

En la práctica, es raro que un miembro transmita cargas de un solo tipo; aun en caso de que un miembro horizontal o diagonal sometido a tensión y conectado por medio de pasadores, éste se ve sujeto a una pequeña flexión, debido a su propio peso. Por consiguiente, la mayoría de los miembros transmiten una combinación de flexión, torsión, y tensión o compresión axial. En puentes y edificios es muy raro que se diseñe un miembro principalmente por torsión, pero con bastante frecuencia los miembros diseñados para otros tipos de carga están también sujetos a torsión.

Frecuentemente, cuando los miembros están sometidos a la acción de cargas combinadas, una de ellas es más importante y gobierna el diseño; por tanto, los elementos estructurales pueden clasificarse y estudiarse de acuerdo con sus cargas predominantes.

## TENSIÓN

Es importante recordar que en el procedimiento para calcular un elemento estructural según las NTC, lo que nos interesa es que nuestro elemento estructural soporte las cargas y/o acciones a que está sometido; por tanto, primero se tienen que determinar dichas acciones para posteriormente se proponga una sección determinada y por último se revise si resiste dichas acciones, por lo cual el procedimiento para calcular la resistencia de elementos ya existentes y elementos nuevos es el mismo. En las siguientes secciones se analiza la revisión de los elementos estructurales ante determinadas cargas y/o acciones. Pero a este análisis antecede la determinación de dichas fuerzas así como el tipo de sistema estructural y secciones estructurales determinadas.

Un miembro simple en tensión, es un miembro recto sujeto en sus extremos a dos fuerzas que tratan de estirarlo. Es un miembro eficiente y económico, porque utiliza toda el área del material de manera efectiva, trabajando al esfuerzo uniforme máximo permitido por el diseñador; por lo común es fácil de fabricar, de embarcar y de montar en una estructura. Existe un interés que aumenta cada vez más, por el uso de miembros en tensión en el diseño de edificios, tales como colgantes para pisos y cables para techos. Pueden desarrollarse así muchas formas para techos, las cuales cubren grandes áreas sin soportes intermedios y presentan a la vez líneas estéticas de agradable apariencia.

En general, existen cuatro grupos de miembros en tensión : *a*) alambres y cables, *b*) varillas y barras, *c*) perfiles estructurales y placas simples, y *d*) miembros armados. A continuación se discutirá cada uno de ellos por separado.

**a) Alambres y cables.** Los cables de alambre con núcleo de fibra se utilizan casi exclusivamente para propósitos de izaje, como puede ser el izar pilotes; los cables de alambre con núcleos de torones o núcleos independientes de cable de alambre, se utilizan para líneas de sustentación o cables de izaje. Las prácticas de manufactura para estos cables varían, dependiendo del uso que se piensa

darles. Los cables de alambre se emplean para malacates, grúas, contravientos y cables de suspensión de **puentes**. Los cables principales de los puentes colgantes se hacen de alambres paralelos, sin torcer, colocados en la obra por medio de dispositivos especiales; en ocasiones se usan torones para puentes pequeños. Las ventajas del cable de alambre y de los torones son su flexibilidad y resistencia. Se requieren accesorios especiales para las conexiones de sus extremos.

Aunque los cables de alambre se usan ocasionalmente para miembros de contraventeo, su aplicación es limitada, debido a su incapacidad para soportar fuerzas de compresión, a la necesidad de accesorios especiales de conexión y a su alargamiento excesivo cuando se utiliza toda su resistencia. En algunas estructuras especiales, tales como torres de acero atirantadas con cables, pueden diseñarse los alambres y los cables con una tensión inicial considerable, de modo que la estructura tenga un presforzado que aumente su efectividad para resistir las cargas exteriores; los cables presforzados pueden soportar compresiones resultantes de las cargas exteriores, siempre que no excedan la tensión inicial.

**b) Varillas y barras.** A menudo se hacen miembros pequeños a tensión con varillas laminadas en caliente, de sección cuadrada o redonda, o bien con barras planas. La resistencia a la tensión de estos miembros depende del tipo y grado de acero; el acero estructural al carbono es el material más comúnmente usado para ellos. Debido a su esbeltez, su resistencia a la compresión es despreciable.

Las varillas y las barras se emplean como miembros a tensión en sistemas de contraventeo, tales como contraventeos diagonales o contraflambeos, o bien como miembros principales en estructuras muy ligeras, como torres de radio. Cuando se usan barras, es recomendable colocarlas con su dimensión mayor en el plano vertical, con objeto de reducir su flecha por peso propio. Las conexiones soldadas en los extremos de las varillas o barras son relativamente sencillas, ya que no se requiere ninguna fabricación especial. También pueden roscarse y atornillarse los extremos de las varillas, usando diferentes detalles de conexión. El roscado en los extremos reduce el área neta de la varilla y, por lo tanto, su resistencia, pero no afecta apreciablemente la rigidez del miembro; cuando se escoge el tamaño de las varillas por su rigidez más que por su resistencia, la pérdida de área en la sección de la rosca por lo general carece de importancia. Si se desea conservar la resistencia de la sección principal, pueden engrosarse los extremos y roscarlos después; este tipo de varillas son costosas, debido al trabajo adicional que se requiere para forjar los extremos y pueden no ser económicas, excepto en el caso en que se ordenen cantidades importantes. Las varillas pueden conectarse también por medio de horquillas de ojo, o bien pueden forjarse haciéndoles un ojal en el extremo. Las barras planas pueden soldarse, remacharse, o atornillarse a las partes adyacentes, o bien pueden forjarse con un ojal o con una barra de ojo en el extremo y conectarse así a un pasador.

La principal desventaja de las varillas y de las barras es su falta de rigidez, lo cual tiene como resultado flechas apreciables debidas a su peso propio, especialmente durante el montaje; además es casi imposible el fabricarlas de manera que ajusten perfectamente en la estructura, Si son demasiado largas, se doblarán al forzarlas a su posición; si son demasiado cortas, tendrán que jalarse para colocarlas, y pueden producir esfuerzos iniciales no deseables en la estructura y en ellas mismas. Por esta razón, se requieren a menudo templadores o tuercas ajustables para absorber las variaciones en la longitud de las varillas.

**c) Perfiles estructurales simples.** Cuando se requiere una cierta rigidez, o cuando las inversiones de carga pueden someter al miembro diseñado para tensión a ciertas compresiones, los cables varillas y barras no cumplirán con las necesidades del caso; en tal situación deben emplearse perfiles estructurales sencillos o armados. El perfil laminado más sencillo y que se usa más a menudo como miembro a tensión es el ángulo; una objeción seria al uso de un sólo ángulo es la presencia de excentricidades en la conexión.

Los ángulos tienen una rigidez considerablemente mayor que los cables, las varillas o las barras planas, pero pueden ser todavía muy flexibles si los miembros son de gran longitud; por lo tanto, los

ángulos sencillos se usan principalmente para contraventeos, miembros a tensión en armaduras ligeras, y en casos donde la longitud de los miembros no es excesiva.

Algunas veces las canales sencillas pueden también emplearse efectivamente como miembros en tensión. Para la misma área de la sección transversal que suministre un ángulo, la canal tiene menos excentricidad y puede remacharse, atornillarse o soldarse cómodamente. La rigidez de una canal en al dirección del alma es alta, pero es baja en al dirección de los patines, por lo que no puede utilizarse para miembros largos, a menos de que se le provea de arriostramientos intermedios en la dirección débil.

Ocasionalmente se usan las secciones I estándar (IE) e I rectangular (IR) como miembros a tensión. Aunque para una misma área las secciones IR son más rígidas que las secciones IE, tienen a menudo inconvenientes para conectarse, ya que cada variante del tamaño nominal tiene un peralte distinto; los perfiles IE tienen varias secciones para un mismo peralte, por lo que pueden ajustarse mejor a una cierta estructura, pero no existe una variedad suficiente de secciones para realizar una elección económica. Usualmente las secciones laminadas simples son más económicas que las secciones armadas y deben usarse, siempre y cuando pueda obtenerse la rigidez y la resistencia adecuadas, así como las conexiones convenientes.

**d) Miembros armados.** Los miembros armados se obtienen conectando entre sí dos o más placas o perfiles, de modo que actúen como un miembro único. Estos miembros pueden ser necesarios debido a requisitos de área, la que en ocasiones no puede suministrarse con un perfil laminado sencillo, o bien por requisitos de rigidez, ya que para una misma área puede obtenerse un momento de inercia mucho mayor con secciones armadas que con perfiles laminados sencillos; otra razón puede ser la necesidad de una conexión adecuada, cuando el ancho o el peralte requeridos para la conexión del miembro no puedan obtenerse con una sección laminada estándar. Otra ventaja de los miembros armados es que pueden hacerse suficientemente rígidos para que soporten compresión tanto como tensión y, por tanto, son deseables de estructuras donde puedan presentarse inversiones de esfuerzos.

### Notación

**$A_t$  ( $\text{cm}^2$ ):** área total de la sección transversal de un miembro; área total de la sección transversal del elemento de acero estructural de una columna compuesta.

**$F_R$  (adimensional):** factor de reducción de la resistencia.

**$f_u$  ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ ):** esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión ( $4080 \text{ kg}/\text{cm}^2$  para el acero al carbono más disponible en México).

**$f_y$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ):** Valor mínimo garantizado del esfuerzo correspondiente al límite inferior de fluencia del material ( $2530 \text{ kg}/\text{cm}^2$  para el acero al carbono más disponible en México).

**$g$  ( $\text{cm}$ ):** separación transversal centro a centro entre agujeros (gramil).

**$h$  ( $\text{cm}$ ):** peralte del alma de una viga o trabe armada (distancia libre entre patines).

**$R_t$  ( $\text{kg}$ ):** resistencia de diseño de un elemento estructural en tensión.

**$s$  ( $\text{cm}$ ):** separación longitudinal centro a centro entre agujeros consecutivos (en la dirección en que se transmiten las fuerzas).

**$U$  (adimensional):** coeficiente de reducción del área; se utiliza para calcular el área efectiva.

Para determinar la resistencia de diseño ( $R_t$ ) de un elemento estructural sujeto a tensión, se revisa la resistencia de dicha sección ante el estado límite de flujo plástico en la sección total, es decir, la posibilidad de que la sección total alcance su resistencia última (flujo plástico) y fluya; y el estado límite de fractura en la sección neta, es decir, la posibilidad de que el elemento estructural se fracture antes de alcanzar su flujo plástico. Esta fractura es posible cuando el elemento estructural tiene perforaciones para conexiones atornilladas o remachadas que reducen su sección total y por estas líneas se pueda fracturar. La resistencia de diseño a tensión se determina con el valor mínimo de

cualquiera de las siguientes ecuaciones. Para estos casos el área total ( $A_t$ ) y el área efectiva ( $A_e$ ) se consideran en  $\text{cm}^2$ , el límite inferior de fluencia ( $F_y$ ) y el esfuerzo de ruptura en tensión ( $F_u$ ) en  $\text{kg/cm}^2$ , y por tanto  $R_t$  se obtiene en kg.

**a)** Estado límite de flujo plástico en la sección total:

$$R_t = A_t \cdot F_y \cdot F_R$$

en donde  $F_R = 0.90$

**b)** Estado límite de fractura en la sección neta:

$$R_t = A_e \cdot F_u \cdot F_R$$

en donde  $F_R = 0.75$

el área efectiva ( $A_e$ ) se calcula según la siguiente ecuación:

$$A_e = U \cdot A_n$$

El área neta ( $A_n$ ) es la cantidad de sección en una posible línea de ruptura cuando se restan las perforaciones; se obtiene sumando los productos del grueso de cada una de las partes que lo componen por su ancho neto, que se determina como sigue:

**a)** En el cálculo del área neta de barras en tensión, el ancho de los agujeros para pernos o tornillos se toma 1.5 mm mayor que el diámetro nominal del agujero, medido normalmente a la dirección de los esfuerzos. Para determinar el área neta en cortante se utilizan las dimensiones nominales de los agujeros.

**b)** Cuando hay varios agujeros en una normal al eje de la pieza, el ancho neto de cada parte de la sección se obtiene restando al ancho total la suma de los anchos de los agujeros.

**c)** Cuando los agujeros están dispuestos en una línea diagonal al eje de la pieza o en zigzag, se deben estudiar todas las trayectorias posibles para determinar a cual de ellas le corresponde el ancho neto menor, que es el que se utiliza para calcular el área neta. El ancho neto de cada una de las partes que forman la sección, correspondiente a cada trayectoria, se obtiene restando del ancho total la suma de los anchos de todos los agujeros que se encuentran sobre la trayectoria escogida y sumando para cada espacio entre agujeros la cantidad  $s^2/4g$ , donde  $s$  es la separación longitudinal centro a centro entre los dos agujeros considerados (paso) y  $g$  la separación transversal centro entre ellos (gramil).

Los valores que se asignarán a  $U$  serán los siguientes:

**a)** Secciones laminadas H o I con patines de ancho no menor que 2/3 del peralte y tés estructurales obtenidas de ellas, conectadas por patines; cuando la conexión es remachada o atornillada debe haber tres o más conectores en cada línea en la dirección de los esfuerzos:  $U = 0.90$ .

**b)** Secciones laminadas H o I que no cumplan las condiciones del párrafo anterior, tés estructurales obtenidas de ellas y todas las secciones resultantes incluidas las formadas por varias placas; cuando la conexión es remachada o atornillada debe haber tres o más conectores en cada línea en la dirección de los esfuerzos:  $U = 0.85$ .

c) Todos los miembros con conexiones remachadas o atornilladas que tengan sólo dos conectores en cada línea en la dirección de los esfuerzos:  $U = 0.75$ .

d) Elementos planos conectados a lo largo de sus bordes longitudinales por medio de soldaduras de filete o de penetración, cuando la separación transversal entre las soldaduras exceda de 20 cm:  $U = 0.70$ .

### Secuela de cálculo:

1) *determinación del coeficiente de reducción de área (U)* según las características de la sección y sus conexiones.

2) *determinación del área neta ( $A_n$ )* de la sección, aumentando 1.5 mm al diámetro nominal de las perforaciones y estudiando las trayectorias posibles de falla.

3) *determinación del área neta efectiva ( $A_e$ )* según la ecuación:

$$A_e = U \cdot A_n$$

4) *determinación de la resistencia de diseño ( $R_t$ )*, tomando el menor valor de las ecuaciones:

$$R_t = A_t \cdot F_y \cdot F_R$$

$$R_t = A_e \cdot F_u \cdot F_R$$

### Ejemplo 1.

Calcular la resistencia de diseño de una barra sometida a tensión. La sección de la barra es de 3.5 x 15 cm y está conectada a otro miembro estructural por dos tornillos en la normal al eje de la pieza. Las perforaciones son de 0.8 cm cada una.

*Datos:*

$$F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_u = 4080 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 3.5 \text{ cm}$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

**Paso 1.** *Determinación de coeficiente de reducción de área (U).*

- Se selecciona  $U = 0.75$  ya que cumple con el apartado c por tener sólo dos conectores en cada línea en dirección de los esfuerzos.

**Paso 2.** *Determinación del área neta ( $A_n$ )*

$$\text{Ancho de los agujeros} = 0.7 + 0.015 \text{ cm} = 0.715$$

$$0.715 \times 2 \text{ agujeros} = 1.43 \text{ cm}$$

$$A_n = (3.5 \cdot 15 \text{ cm}) - (1.43 \cdot 3.5) = 47.45 \text{ cm}^2$$

**Paso 3.** Determinación del área neta efectiva ( $A_e$ )

$$A_e = U \cdot A_n$$

$$A_e = 0.75 \cdot 47.45 = 35.58 \text{ cm}^2$$

**Paso 4.** Determinación de la resistencia en diseño ( $R_t$ )

a) Estado límite de flujo plástico en la sección total.

$$R_t = A_t \cdot F_y \cdot F_R$$

$$R_t = 52.5 \cdot 2530 \cdot 0.90 = 119,542.5 \text{ kg}$$

b) Estado límite de fractura en la sección neta.

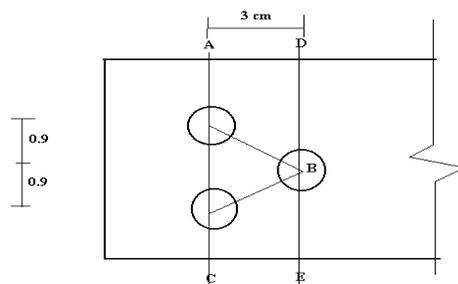
$$R_t = A_e \cdot F_u \cdot F_R$$

$$R_t = 35.58 \cdot 4080 \cdot 0.75 = 108,874.8 \text{ kg}$$

Se selecciona  $R_t = 108,874.8 \text{ kg}$

## Ejemplo 2.

La barra de una armadura está sometida a una fuerza tensionante de 95 toneladas; y se requiere saber si una barra de acero de 3.3 cm de grueso por 13 cm de ancho soportará dicha carga. La barra está conectada por tres pernos como se ilustra en la figura. Las perforaciones son de 0.73 cm. de diámetro.



*Datos:*

$$F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_u = 4080 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 3.3 \text{ cm}$$

$$h = 13 \text{ cm}$$

$$s = 3 \text{ cm}$$

$$g = 0.9 \text{ cm}$$

**Paso 1. Determinación del coeficiente de reducción de área (U)**

Se selecciona  $U = 0.85$  ya que se cumple con el apartado b al haber tres o más agujeros.

**Paso 2. Determinación del área neta ( $A_n$ )**

$$\text{Ancho de agujeros} = 0.73 + 0.015 = 0.745 \text{ cm}$$

- Trayectoria A-C

$$\text{Ancho neto} = 13 - (0.745 \times 2) = 11.51 \text{ cm}$$

$$A_n = 11.51 \cdot 3.3 = 37.98 \text{ cm}^2$$

- Trayectoria A-B-C

$$\text{Ancho neto} = 13 - (0.745 \times 3) = 10.76 \text{ cm}$$

$$\frac{s^2}{4g} = \frac{3^2}{4 \cdot 0.9} = \frac{9}{3.6} = 2.5 \cdot 2 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Ancho neto} = 10.76 + 5 = 15.76 \text{ cm}$$

$$A_n = 15.76 \cdot 3.3 = 52.0 \text{ cm}^2$$

-Trayectoria D-C

$$\text{Ancho neto} = 13 - 0.745 = 12.25 \text{ cm}$$

$$A_n = 12.25 \cdot 3.3 = 40.44 \text{ cm}^2$$

Se selecciona  $\underline{A_n = 37.98 \text{ cm}^2}$

**Paso 3. Determinación del área neta efectiva ( $A_e$ )**

$$A_e = U \cdot A_n$$

$$A_e = 0.85 \cdot 37.98 \text{ cm}^2 = 32.98 \text{ cm}^2$$

**Paso 4. Determinación de la resistencia de diseño ( $R_t$ )**

a) Estado límite de flujo plástico en la sección total.

$$R_t = A_t \cdot F_y \cdot F_R$$

$$R_t = 42.9 \cdot 2530 \cdot 0.90 = 97683.3 \text{ kg}$$

b) Estado límite de fractura en la sección neta

$$R_t = A_e \cdot F_u \cdot F_R$$

$$R_t = 32.28 \cdot 4080 \cdot 0.75 = 98776.8 \text{ kg}$$

Se selecciona 97,683.3 kg > 95,000 kg. por tanto si pasa.

### Problemas

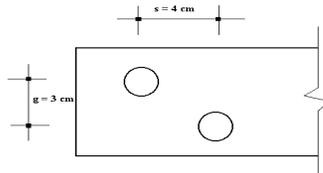
1) Calcular la resistencia a tensión de un ángulo de lados iguales (LI) de 44 mm por 8 mm de espesor, soldado en su conexión.

2) Calcular la resistencia a tensión de los siguientes perfiles soldados en su conexión: LI 102 x 19 mm., LD 152 x 22 mm., CE 76 x 8.93 mm., IE 102 x 14.1 mm., IR 203 x 99.8 mm.

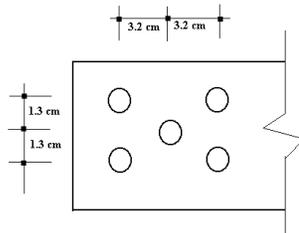
3) Calcular la resistencia de diseño de una barra sometida a tensión. La sección de la barra es de 5 x 17.7 cm y está conectada a otro miembro estructural por un tornillo. La perforación es de 0.87 cm.

4) Calcular la resistencia de diseño de una barra sometida a tensión. La sección de la barra es de 4.3 x 18.3 cm y está conectada a otro miembro estructural por dos pernos en la normal al eje de la pieza. Las perforaciones son de 0.57 cm cada una.

5) La barra de una armadura está sometida a una fuerza tensionante de 102 toneladas; y se requiere saber si una barra de acero de 3.7 cm de grueso por 13.9 cm de ancho soportará dicha carga. La barra está conectada por dos tornillos como se ilustra en la figura. Las perforaciones son de 0.91 cm de diámetro.



6) La barra de una armadura está sometida a una fuerza tensionante de 150 toneladas; y se requiere saber si una barra de acero de 4.4 cm de grueso por 13.9 cm de ancho soportara dicha carga. La barra está conectada por cinco tornillos como se ilustra en la figura. Las perforaciones son de 0.55 cm de diámetro.



7) Encontrar que ángulo de lados iguales (LI) es el idóneo para soportar una fuerza tensionante de 205 toneladas, suponiendo que la conexión es soldada.

8) Calcular el número y las características de los tensores que se necesitan para soportar un mezzanine colgante de 7 x 7 mts, en un edificio de oficinas. La losa del mezzanine es de concreto de 15 cm de espesor y la carga viva es de 190 kg/cm<sup>2</sup>.

## COMPRESIÓN

### Notación

**Rc (kg):** resistencia a la compresión

**At (cm<sup>2</sup>):** área total de la sección transversal

**n (adimensional):** coeficiente para determinar la resistencia de miembros comprimidos (1.0)

**λ (adimensional):** parámetro de esbeltez de una columna

**K (adimensional):** factor de longitud efectiva de columnas (1.0)

**Kl/r (adimensional):** relación de esbeltez de una columna

**(Kl/r)<sup>c</sup> (adimensional):** relación de esbeltez de columnas comprimidas axialmente que separan los intervalos de pandeo elástico e inelástico

**l (cm):** longitud libre de una columna

**r (cm):** radio de giro

**E (kg/cm<sup>2</sup>):** módulo de elasticidad del acero (2,040,000)

### Fórmulas

#### 1. Revisión de la relación Kl/r

Según el artículo 2.2.3 de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño de Estructuras Metálicas, la relación  $Kl/r < 200$ , de no ser así, se tiene que modificar el tipo de perfil ya que es demasiado esbelto y se puede presentar pandeo local y el único pandeo permitido es el del estado límite de pandeo por flexión.

#### 2. Revisión de la resistencia

a) Miembros de sección transversal H (IR), I (IE) o rectangular hueca (OR).

$$R_c = \left[ \frac{f_y}{(1 + \lambda^{2n} - 0.15^{2n})^{1/n}} \right] \cdot A_t \cdot F_r$$

En donde:

$$F_r = 0.9$$

$$\lambda = \frac{Kl}{r} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 \cdot E}}$$

n es un coeficiente adimensional, que tiene alguno de los siguientes valores:

Columnas de sección transversal H (IR) o I (IE) laminadas o hechas con tres placas soldadas obtenidas cortándolas con oxígeno de placas más anchas, y columnas de sección transversal rectangular hueca (OR), laminadas o hechas con cuatro placas soldadas,  $n = 1.4$

Columnas de sección transversal H (IR) o I (IR), hechas con tres placas laminadas soldadas entre sí, y todas las demás opciones que no entren en las descripciones anteriores,  $n = 1.0$

b) Miembros cuya sección transversal tiene una forma cualquiera no incluida en a).

$$\text{si } Kl/r > (Kl/r)'c \quad Rc = \frac{20,120,000}{\left(\frac{Kl}{r}\right)^2} \cdot At \cdot Fr$$

En donde:  $Fr = 0.85$

$$\text{si } Kl/r < (Kl/r)'c \quad Rc = At \cdot fy \cdot \left[ 1 - \frac{\left(\frac{Kl}{r}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{Kl}{r}\right)'c^2} \right] \cdot Fr$$

En donde:

$$(Kl/r)'c = \frac{6340}{\sqrt{fy}}$$

### Ejemplo

Calcular la resistencia a compresión de un miembro LI 102 x 19, de una armadura. La conexión es soldada, y su longitud es de 3 mts.

*Datos*

$fy = 2,530 \text{ kg/cm}^2$   
 $At = 35.10 \text{ cm}^2$   
 $l = 300 \text{ cm}$   
 $E = 2,040,000 \text{ kg/cm}^2$   
 $r = 3.02 \text{ cm}$   
 $K = 1.0$   
 $n = 1.0$

1. *Revisión de la relación Kl/r*

$Kl/r = 99.33 < 200$  Por lo tanto sí pasa el artículo 2.2.3 de las NTC.

2. *Revisión de la resistencia*

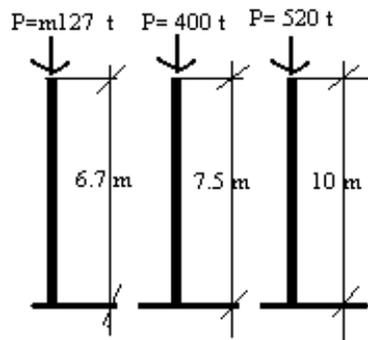
$$(Kl/r)'c = \frac{6300}{\sqrt{fy}} = 12,604$$

$Kl/r = 99.33 < (Kl/r)'c$  Por lo tanto se utiliza:

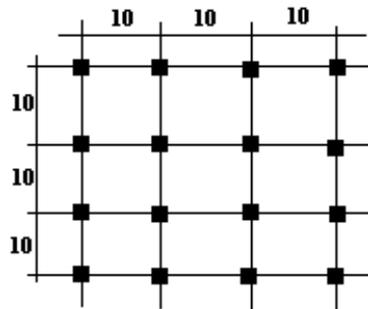
$$R_c = A_t \cdot f_y \cdot \left[ 1 - \frac{\left(\frac{Kl}{r}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{Kl}{r}\right)^2 c^2} \right] \cdot Fr = 52,007.47 \text{ kg}$$

**Ejercicios**

1. Calcular la resistencia a compresión de un perfil CE 381 x 73.60, l= 2mts.
2. Calcular la resistencia a compresión de un perfil IR 356 x 122.1, l= 4 mts.
3. calcular las siguientes tres columnas en acero y comparar los resultados con las secciones de concreto del mismo ejercicio.



4. Un cliente quiere confirmar si las columnas de su edificio de oficinas se 10 pisos soportarán el peso al que están sometidos.



Datos del edificio:

Niveles 10, entrepisos de 5.50 mts, losas de entrepiso y azotea de 14 cm de espesor, acabado de entrepiso granito 3 cm y mortero 2.5 cm, las traveses son IS 610 x 76.

**Datos de columnas:**

NIVEL	CENTRALES	BORDE	ESQUINAS
1	IR914 X 447.2	IR914 X 342.4	IR914 X 201.1
2	IR762 X 314	IR762 X 257.3	IR762 X 197

3	IR686 X 264.9	IR686 X 217.3	IR686 X 169.7
4	IR533 X 218.8	IR533 X 138.3	IR533 X 101.3
5	IR457 X 177.8	IR457 X 112.9	IR457 X 89.1
6	IR406 X 148.9	IR404 X 99.8	IR406 X 85.1
7	IR356 X 592.5	IR356 X 346.9	IR356 X 196.5
8	IR356 X 122.1	IR356 X 56.7	IR356 X 38.9
9	IR305 X 375.3	IR305 X 282.6	IR305 X 202.1
19	IR254 X 166.6	IR254 X 101.3	IR254 X 32.9

## FLEXIÓN

### Notación

**L (cm):** distancia entre puntos del patín comprimido de una viga soportada lateralmente.

**Lu (cm):** longitud máxima no soportada lateralmente, para la que un miembro en flexión puede desarrollar todavía el momento plástico.

**Mr (kg-cm):** resistencia de diseño a flexión.

**Fr (adimensional):** factor de reducción de la resistencia (0.9)

**Z (cm<sup>3</sup>):** módulo de sección plástico (manual)

**fy (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero (2530)

**S (cm<sup>3</sup>):** módulo de sección elástico (manual)

**Qs (adimensional):** factor de reducción de la resistencia en compresión de elementos planos no atezados (1.0)

**Se (cm<sup>3</sup>):** módulo de sección elástico efectivo de secciones cuyo patín comprimido es tipo 4 y está compuesto por elementos planos atezados

**b ó bf (cm):** base de la sección (manual)

**t ó tf (cm):** grueso del patín de la sección

**Mu (kg-m):** momento resistente nominal de una sección

**Mp (kg-cm):** momento plástico resistente nominal de un miembro en flexión

**J (cm<sup>4</sup>):** constante de torsión de Saint Venant (manual)

**I (cm<sup>4</sup>):** momento de inercia (manual)

**E (kg/cm<sup>2</sup>):** módulo de elasticidad del acero (2,040,000)

**C (adimensional):** coeficiente que depende de la ley de variación del momento flexionante a lo largo del eje de una barra en flexocompresión (1.0)

**Ca (adimensional):** coeficiente que interviene en el cálculo del área de atezadores en travesaños armadas (secciones I o H= 1.0, y las demás= 0.0)

**My (kg-cm):** momento correspondiente a la iniciación de la fluencia en una sección

**Xu:** coeficiente adimensional

**G (kg/cm<sup>2</sup>):** módulo de elasticidad al esfuerzo cortante del acero (784,000)

**d (cm):** peralte (manual)

**r (cm):** radio de giro (manual)

### Fórmulas

#### 1. Seleccionar la sección

**2. Calcular  $L_u$  y comparar con  $L$  para determinar si es miembro soportado lateralmente o no.**

Miembros de sección transversal I (IE)

$$L_u = \frac{\sqrt{2} \cdot (\pi)}{X_u} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot C_a}{G \cdot J}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_u^2}}$$

En donde:

$$X_u = 4.295 \cdot C \cdot \frac{Z \cdot f_y}{G \cdot J} \cdot \sqrt{\frac{C_a}{I_y}}$$

Miembros de sección H (IR) y todas las demás:

$$L_u = \frac{6.55}{X_u} \cdot \frac{d \cdot r_y}{t} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_u^2}}$$

En donde:

$$X_u = 7.7 \cdot C \cdot \left(\frac{d}{t}\right)^2 \cdot \frac{f_y}{E}$$

**3. Determinación de la relación  $b/t$  para ver que tipo de sección es (1, 2, 3, o 4. Comparar con valores de tabla correspondiente)**

**4. Cálculo de Momento Resistente**

Miembros soportados lateralmente (si  $L < L_u$ )

a) Secciones 1 y 2

$$M_r = F_r \cdot Z \cdot f_y$$

b) Secciones tipo 3

$$M_r = F_r \cdot S \cdot f_y$$

c) Secciones tipo 4

c.1) Si el patín está formado por elementos planos no atezados

$$M_r = F_r \cdot Q_s \cdot S \cdot f_y$$

En donde  $Q_s = 1.0$

c.2) Si el patín está formado por elementos planos atezados

$$Mr = Fr \cdot Se \cdot fy$$

En donde:

$$Se = \frac{2730 \cdot t}{\sqrt{fy}} \cdot \left[ 1 - \frac{480}{\left(\frac{b}{t}\right) \cdot \sqrt{fy}} \right]$$

Miembros no soportados lateralmente ( $L < Lu$ )

a) Secciones tipo 1 o 2

Si  $Mu > 2/3 Mp$

En donde:

$$Mp = Z \cdot fy$$

$$Mu = \frac{\pi \cdot E}{C \cdot L} \cdot \sqrt{Iy \cdot \left[ \frac{J}{2.6} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot Ca \right]}$$

$$Mr = 1.15 \cdot Fr \cdot Mp \cdot \left( 1 - \frac{0.28 \cdot Mp}{Mu} \right)$$

Si  $Mu < 2/3 Mr$

$$Mr = Fr \cdot Mu$$

b) Secciones 3 y 4

Si  $Mu < 2/3 My$

En donde:

$$My = S \cdot fy$$

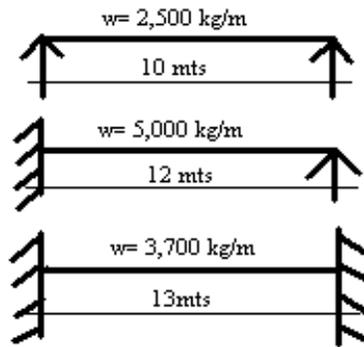
$$Mr = 1.15 \cdot Fr \cdot My \cdot \left( 1 - \frac{0.28 \cdot My}{Mu} \right)$$

Si  $Mu > 2/3 Mr$

$$Mr = Fr \cdot Mu$$

**Ejercicios**

- a) Calcular las siguientes tres vigas en acero y comparar los resultados con las secciones de concreto del mismo ejercicio.



## CORTANTE

### Notación

**V<sub>r</sub> (kg):** resistencia de diseño a cortante

**V<sub>n</sub> (kg):** resistencia nominal a cortante

**t o t<sub>f</sub> (cm):** grueso del alma (manual)

**b o t<sub>w</sub> (cm):** peralte del alma (manual)

**K (adimensional):** coeficiente que interviene en el cálculo de la resistencia al cortante de almas de vigas y travesaños armados

**A<sub>a</sub> (cm<sup>2</sup>):** área del alma de una trabe

**a (cm):** distancia entre atornilladores transversales en una trabe

**h o T (cm):** peralte del alma

### Fórmulas

La fórmula para calcular la resistencia a cortante de una viga es:

$$V_r = V_n \cdot Fr$$

En donde  $Fr = 0.9$

El valor de  $V_n$  se tomará de el menor de todas las siguientes circunstancias de falla (si es que se presentan)

- a) *Consideración de si la sección tiene una o más almas*

$$\text{si } \frac{h}{t} \leq 1400 \cdot \sqrt{\frac{K}{f_y}}$$

En donde:

$$K = 5.0 + \frac{5.0}{\left(\frac{a}{h}\right)^2}$$

$$Vn = 0.66 \cdot fy \cdot Aa$$

b) *El alma falla por cortante en el intervalo por endurecimiento por deformación*

$$\text{si } \frac{h}{t} \leq 1600 \cdot \sqrt{\frac{K}{fy}}$$

$$Vn = \frac{922 \cdot \sqrt{fy \cdot K}}{\frac{h}{t}} \cdot Aa$$

c) *La falla es por plastificación del alma por cortante*

$$\text{si } \frac{h}{t} \leq 2000 \cdot \sqrt{\frac{K}{fy}}$$

Se consideran dos casos

c.1) Estado límite de iniciación del pandeo del alma

$$Vn = \frac{922 \cdot \sqrt{fy \cdot K}}{\frac{h}{t}} \cdot Aa$$

c.2) Estado límite de falla por tensión diagonal

$$Vn = \left[ \frac{922 \cdot \sqrt{fy \cdot K}}{\frac{h}{t}} \cdot \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \right) + \frac{0.50 \cdot fy}{\sqrt{1 + \left(\frac{Ca}{h}\right)^2}} \right] \cdot Aa$$

$$d) \text{ si } \frac{h}{t} \geq 2000 \cdot \sqrt{\frac{K}{fy}}$$

d.1) Estado límite de iniciación del pandeo del alma

$$V_n = \frac{1,845,000 \cdot K}{\left(\frac{h}{t}\right)^2} \cdot A_a$$

d.2) Estado límite de falla por tensión diagonal

$$V_n = \left[ \frac{1,845,000 \cdot K}{\left(\frac{h}{t}\right)^2} \cdot \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \right) + \frac{0.50 \cdot f_y}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}} \right] \cdot A_a$$

## *Capítulo IV*

# ESTRUCTURAS DE MADERA

### Maderas estructurales

**Coníferas:** también llamadas gimnospermas, árboles de hoja perenne en forma de aguja con semillas alojadas en sus conos. Su madera está constituida esencialmente por un tipo de células denominadas traqueidas (pino, roble, nogal, etc.)

**Latifoliadas:** también llamadas angiospermas, árboles de hoja caduca de forma ancha que producen sus semillas dentro de frutos. Su madera está constituida por células denominadas vasos, fibras y raránquima (tropicales: caoba)

**Madera contrachapeada:** placa compuesta de un conjunto de chapas o capas de madera unidas con adhesivo, generalmente en número impar, en la cual las chapas adyacentes se colocan con la dirección de la fibra perpendicularmente entre sí.

**Nota:** La principal propiedad mecánica que caracteriza a la madera de los demás materiales estructurales en la anisotropía.

#### Valores especificados de resistencias y módulos de elasticidad de madera de especies coníferas (kg/cm<sup>2</sup>)

Flexión	$f'_{fu}$	170
Tensión paralela a la fibra	$f'_{tu}$	115
Compresión paralela a la fibra	$f'_{cu}$	120
Cortante perpendicular a la fibra	$f'_{nu}$	40
Cortante paralelo a la fibra	$f'_{vy}$	15
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0.50}$	100,000
Módulo de elasticidad correspondiente al 5° percentil	$E_{0.05}$	55,000

#### Valores especificados de resistencias y módulos de elasticidad de madera de especies latifoliadas (kg/cm<sup>2</sup>)

Flexión	$f'_{fu}$	300
Tensión paralela a la fibra	$f'_{tu}$	200
Compresión paralela a la fibra	$f'_{cu}$	220
Cortante perpendicular a la fibra	$f'_{nu}$	75
Cortante paralelo a la fibra	$f'_{vy}$	25
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0.50}$	160,000
Módulo de elasticidad correspondiente al 5° percentil	$E_{0.05}$	120,000

#### Valores especificados de resistencias y módulos de elasticidad y módulo de rigidez de madera contrachapeada de especies coníferas (kg/cm<sup>2</sup>)

Flexión	$f'_{fu}$	190
Tensión	$f'_{tu}$	140
Tensión: fibra en las chapas exteriores perpendi-	$f'_{tu}$	90

cular al eje (tres chapas)		
Compresión en le plano de las chapas	$f'_{cu}$	160
Compresión perpendicular al plano de las chapas	$f'_{nu}$	25
Cortante a través del grosor	$f'_{vu}$	20
Cortante en el plano de las chapas	$f'_{ru}$	5
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0,50}$	105,000
Módulo de rigidez promedio	$G_{0,50}$	5,000

**Factores de reducción de resistencia para madera maciza y contrachapeada (Fr)**

Acción	Madera Maciza	Madera Contra-cha-peada
Flexión	0.80	0.80
Tensión paralela	0.70	0.70
Compresión paralela y en el plano de las chapas	0.70	0.70
Compresión perpendicular	0.90	0.90
Cortante paralelo, a través del espesor y en el plano de las chapas	0.70	0.70

**TENSIÓN**

**Notación**

**Tr (kg):** resistencia de diseño a la tensión

**Fr (adimensional):** factor de resistencia

$f'_{tu}$  (kg/cm<sup>2</sup>): Esfuerzo en tensión paralelo a la fibra

**An (cm<sup>2</sup>):** área neta del miembro

**At (cm<sup>2</sup>):** área total

**Ap (cm<sup>2</sup>):** área de perforaciones

**s (cm):** paso

**g (cm):** gramil

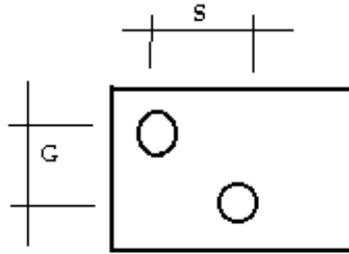
**Fórmulas**

$$Tr = Fr \cdot f'_{tu} \cdot An$$

En donde:

$$An = At - Ap$$

$$An = At - \left( Ap + \frac{s^2}{4 \cdot g} \right)$$



## COMPRESIÓN

### Notación

**Pr (kg):** resistencia a compresión de un miembro

**Fr (adimensional):** factor de reducción

**f'cu (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de compresión paralelo a la fibra

**A (cm<sup>2</sup>):** área total de la sección

**Pcr (kg):** carga crítica de pandeo

**E (kg/cm<sup>2</sup>):** módulo de elasticidad del tipo de madera

**K (adimensional):** factor para determinar la longitud de columnas (1.0)

**Lu (cm):** longitud libre de columna

**Kd (adimensional):** factor de modificación por duración (1.33)

**Kc (adimensional):** factor de modificación por compartición de carga (0.90)

**Kh (adimensional):** factor de modificación por humedad (0.80)

### Fórmulas

$$\text{si } \frac{K \cdot Lu}{r} \leq 4$$

$$Pr = Fr \cdot f'cu \cdot A$$

$$\text{si } \frac{K \cdot Lu}{r} \geq 4$$

$$Pcr = Fr \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_{0.05} \cdot A}{(K \cdot Lu)} \cdot Kd \cdot Kc \cdot Kh$$

## FLEXIÓN

**Notación****Mr (kg-cm):** momento resistente a flexión**Fr (adimensional):** factor de reducción**f'fu (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo a la flexión**s (cm<sup>3</sup>):** módulo de sección**Φ (adimensional):** factor de estabilidad lateral**Cs (adimensional):** factor de esbeltez**Ck (adimensional):** factor de esbeltez crítico**Lu (cm):** largo efectivo del elemento**Fórmulas**

$$Mr = Fr \cdot f' fu \cdot s \cdot \Phi$$

En donde:

$$\Phi = 0.7 \cdot \left[ \frac{Ck}{Cs} \right]^2$$

$$Cs = \sqrt{\frac{Lu \cdot d}{b^2}}$$

$$Ck = \sqrt{\frac{E_{0.05}}{f' fu}}$$

$$s = \frac{b \cdot d^2}{6}$$

**CORTANTE****Notación****Vr (kg):** resistencia de diseño a cortante**f'vu (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo nominal a cortante del material**A (cm<sup>2</sup>):** área de la sección**Fórmulas**

$$Vr = \frac{Fr \cdot f'vu \cdot A}{1.5}$$



## EJERCICIOS FINALES

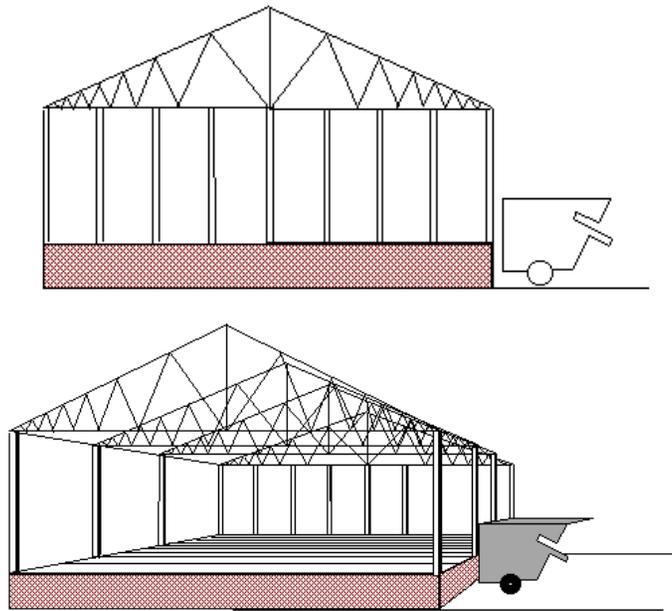
### Nave industrial en Tuxpan.

#### Características del muelle.

El muelle fiscal de Tuxpan,, es un muelle artificial. Los primeros 22 mts. constan de una plancha de concreto de 20 cm. de espesor sobre una cimentación de pilotes de fricción a cada 3 mts. Y una resistencia de 4 toneladas por metro cuadrado. La siguiente parte (patio pavimentado) se encuentra sobre el terreno natural con una resistencia también de 4 ton/m<sup>2</sup>.

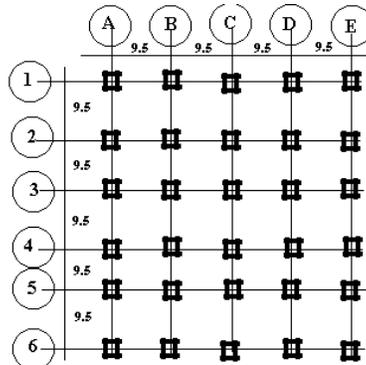
#### Proyecto arquitectónico

El proyecto contempla una superficie total de 4 800 m<sup>2</sup> en una nave de 120 x 40 mts, y 10 mts. de altura, en donde se estima tener una superficie utilizable del 70% para la refrigeración y congelación de 5 000 palets; y una superficie libre (para maniobras y circulaciones) de 30%.



**CORTE Y PERSPECTIVA**

### MEMORIA DE CÁLCULO ESTRUCTURAL (Acero)



#### Datos:

Entrepisos 5.70 mts.

Acabados de granito 3 cm y mortero de 2.5 cm

Resistencia del terreno de 4.5 ton/m<sup>2</sup>

No. de pisos= 7

### **Memoria de cálculo estructural**

- Cálculo de columnas de esquina, de borde y central, 3 x 7 pisos = 21 columnas.
- Cálculo de traveses de esquina, borde y central de entrepisos y azotea= 6 traveses.
- Losas de concreto, esquina, borde y central, de entrepisos y azoteas= 6 losas
- Cálculo de tipo de cimentación= mixta sustitución-losa-pilotes.

### **Procedimiento**

- Cálculo de losas
- Cálculo de peso de losas
- Traveses
- Bajada de cargas p/columnas
- Cálculo de columnas
- Cálculo de peso del edificio
- Cálculo de cimentación

## ANEXOS

## Pesos volumétricos de los materiales

Material	Peso volumétrico en ton/m <sup>3</sup>
Arenisca (chilucas y canteras)	2.50
Basaltos (piedra braza)	2.65
Granito	3.20
Mármol	2.60
Riolita	2.55
Pizarras	2.85
Tepetates	1.95
Tezontles	1.55
Caliza	2.85
Arena de grano de tamaño uniforme	2.10
Arena bien granulada	2.30
Arcilla típica del valle de México	1.50
Caliche	2.10
Concreto simple con agregados de peso normal	2.20
Concreto reforzado	2.40
Mortero de cal y arena	1.50
Mortero de cemento arena	2.10
Aplanado de yeso	1.50
Tabique macizo hecho a mano	1.50
Tabique macizo prensado	2.20
Bloque hueco de concreto ligero	1.30
Bloque hueco de concreto	1.70
Bloque hueco de concreto prensado	2.20
Vidrio plano	3.10
Caoba, encino y Pino	1.00
Cedro	0.70
Oyamel	0.65
Azulejo	15 kg/m <sup>2</sup>
Mozaico de pasta	35 kg/m <sup>2</sup>
Granito o terrazo de 30 x 30	55 kg/m <sup>2</sup>
Loseta asfáltica	10 kg/m <sup>2</sup>

## Diámetros, pesos y áreas de varillas

#	Ø pulg	Ø cm	Peso kg/m	Numero de varillas									
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	¼	0.64	0.248	0.32	0.64	0.96	1.28	1.60	1.92	2.24	2.56	2.88	3.20
2.5	5/16	0.79	0.388	0.49	0.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.43	3.92	4.41	4.90
3	3/8	0.95	0.559	0.71	1.42	2.13	2.84	3.55	4.26	4.97	5.68	6.39	7.20
4	½	1.27	0.993	1.27	2.54	3.81	5.08	6.35	7.62	8.89	10.16	11.43	12.70
5	5/8	1.59	1.552	1.98	3.96	5.94	7.92	9.90	11.83	13.86	15.84	17.82	19.80
6	¾	1.90	2.235	2.85	5.70	8.55	11.40	14.25	17.10	19.95	22.80	25.65	28.50
7	7/8	2.22	3.042	3.88	7.76	11.64	15.52	19.40	23.28	27.16	31.04	34.92	38.80
8	1	2.54	3.973	5.07	10.14	15.21	20.28	25.35	30.42	35.49	40.56	45.63	50.70
9	1 1/8	2.86	5.028	6.41	12.82	19.23	25.64	32.05	38.46	44.87	51.28	57.69	64.10
10	1 ¼	3.13	6.207	7.92	15.84	23.76	31.68	39.60	47.52	55.44	63.36	71.28	79.20
11	1 3/8	3.49	7.511	9.58	19.16	28.74	38.32	47.90	57.48	67.06	76.64	86.22	95.80

12	1 1/2	3.81	8.938	11.40	22.80	34.20	45.60	57.00	68.40	79.80	91.20	102.6	114.0
----	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

**Valores máximo admisibles de la relación ancho/grueso (flexión)**

Descripción del elemento	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Patines de secciones I, H o T, y canales, en flexión	$460/\sqrt{f_y}$ 9.14 si $f_y=2530$	$540/\sqrt{f_y}$ 10.73 si $f_y=2530$	$830/\sqrt{f_y}$ 16.50 si $f_y=2530$
Patines de secciones en cajón, laminadas o soldadas en flexión	$1600/\sqrt{f_y}$ 31.81 si $f_y=2530$	$1600/\sqrt{f_y}$ 31.81 si $f_y=2530$	$2100/\sqrt{f_y}$ 41.75 si $f_y=2530$

*Nota:* todos los valores por encima del máximo para la sección tipo 3, son tipo 4.

## Porcentajes de Refuerzo para Secciones Rectangulares

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$		$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$		$P_b = 1.904\%$	
$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ ( $\text{kg/cm}^2$ )
0.001000	3.733	0.005459	19.24	0.009919	32.90
0.001093	4.075	0.005552	19.54	0.01001	33.16
0.001185	4.417	0.005645	19.85	0.01010	33.42
0.001278	4.757	0.005738	20.15	0.01019	33.69
0.001371	5.097	0.005831	20.45	0.01029	33.95
0.001464	5.436	0.005924	20.75	0.01038	34.21
0.001557	5.774	0.006017	21.05	0.01047	34.47
0.001650	6.111	0.006109	21.35	0.01056	34.73
0.001743	6.447	0.006202	21.65	0.01066	34.99
0.001836	6.783	0.006295	21.94	0.01075	35.25
0.001929	7.118	0.006388	22.24	0.01084	35.51
0.002022	7.452	0.006481	22.53	0.01094	35.76
0.002114	7.785	0.006574	22.83	0.01103	36.02
0.002207	8.118	0.006667	23.12	0.01112	36.27
0.002300	8.449	0.006760	23.41	0.01121	36.53
0.002393	8.780	0.006853	23.71	0.01131	36.78
0.002486	9.110	0.006946	24.00	0.01140	37.03
0.002579	9.439	0.007039	24.29	0.01149	37.29
0.002672	9.768	0.007131	24.58	0.01159	37.54
0.002765	10.09	0.007224	24.87	0.01168	37.79
0.002858	10.42	0.007317	25.16	0.01177	38.04
0.002951	10.74	0.007410	25.44	0.01187	38.28
0.003044	11.07	0.007503	25.73	0.01196	38.53
0.003136	11.39	0.007596	26.02	0.01205	38.78
0.003229	11.72	0.007689	26.30	0.01214	39.03
0.003322	12.04	0.007782	26.58	0.01224	39.27
0.003415	12.36	0.007875	26.87	0.01233	39.52
0.003508	12.68	0.007968	27.15	0.01242	39.76
0.003601	13.00	0.008060	27.43	0.01252	40.00
0.003694	13.32	0.008153	27.71	0.01261	40.24
0.003787	13.64	0.008246	27.99	0.01270	40.49
0.003880	13.96	0.008339	28.27	0.01279	40.73
0.003973	14.28	0.008432	28.55	0.01289	40.97
0.004066	14.59	0.008525	28.83	0.01298	41.21
0.004158	14.91	0.008618	29.10	0.01307	41.44
0.004251	15.22	0.008711	29.38	0.01317	41.68

**Porcentajes de Refuerzo para Secciones Rectangulares**

(Continuación)

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$		$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$		$P_b = 1.904\%$	
$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0.004344	15.54	0.0088804	29.66	0.01326	41.92
0.004437	15.85	0.008897	29.93	0.01335	42.15
0.004530	16.16	0.008990	30.20	0.01344	42.39
0.004623	16.47	0.009082	30.48	0.01354	42.62
0.004716	16.78	0.009175	30.75	0.01363	42.86
0.004809	17.09	0.009268	31.02	0.01372	43.09
0.004902	17.40	0.009361	31.29	0.01382	43.32
0.004995	17.71	0.009454	31.56	0.01391	43.55
0.005087	18.02	0.009547	31.83	0.01400	43.78
0.005180	18.33	0.009640	32.10	0.01409	44.01
0.005273	18.63	0.009733	32.36	0.01419	44.24
0.005366	18.94	0.009826	32.63	0.01428	44.47

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$		$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$		$P_b = 2.285\%$	
$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0.001000	3.741	0.006418	22.65	0.01183	39.29
0.001112	4.158	0.006531	23.02	0.01195	39.61
0.001225	4.575	0.006644	23.39	0.01206	39.93
0.001338	4.990	0.006757	23.76	0.01217	40.25
0.001451	5.405	0.006870	24.13	0.01228	40.57
0.001564	5.818	0.006983	24.49	0.01240	40.89
0.001677	6.231	0.007095	24.86	0.01251	41.21
0.001790	6.642	0.007208	25.22	0.01262	41.52
0.001903	7.053	0.007321	25.59	0.01274	41.84
0.002016	7.462	0.007434	25.95	0.01285	42.15
0.002128	7.871	0.007547	26.31	0.01296	42.46
0.002241	8.278	0.007660	26.67	0.01307	42.78
0.002354	8.685	0.007773	27.03	0.01319	43.09
0.002467	9.090	0.007886	27.38	0.01330	43.40
0.002580	9.495	0.007999	27.74	0.01341	43.71
0.002693	9.898	0.008111	28.10	0.01353	44.02
0.002806	10.30	0.008224	28.45	0.01364	44.32
0.002919	10.70	0.008337	28.81	0.01375	44.63

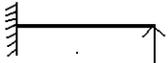
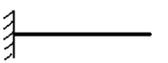
**Porcentajes de Refuerzo para Secciones Rectangulares**

(Continuación)

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$		$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$		$P_b = 2.285\%$	
$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$P$ (0/0)	$M_u/bd^2$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0.003032	11.10	0.008450	29.16	0.01386	44.94
0.003144	11.50	0.008563	29.51	0.01398	45.24
0.003257	11.90	0.008676	29.86	0.01409	45.54
0.003370	12.29	0.008789	30.21	0.01420	45.85
0.003483	12.69	0.008902	30.56	0.01432	46.15
0.003596	13.09	0.009015	30.91	0.01443	46.45
0.003709	13.48	0.009127	31.26	0.01454	46.75
0.003822	13.87	0.009240	31.60	0.01465	47.05
0.003935	14.27	0.009353	31.95	0.01477	47.34
0.004048	14.66	0.009466	32.29	0.01488	47.64

0.004160	15.05	0.009579	32.63	0.01499	47.93
0.004273	15.44	0.009692	32.98	0.01511	48.23
0.004386	15.83	0.009805	33.32	0.01522	48.52
0.004499	16.22	0.009918	33.66	0.01533	48.82
0.004612	16.60	0.01003	34.00	0.01544	49.11
0.004725	16.99	0.01014	34.33	0.01556	49.40
0.004838	17.37	0.01025	34.67	0.01567	49.69
0.004951	17.76	0.01036	35.01	0.01578	49.48
0.005064	18.14	0.01048	35.34	0.01590	50.26
0.005176	18.52	0.01059	35.68	0.01601	50.55
0.005289	18.90	0.01070	36.01	0.01612	50.83
0.005402	19.28	0.01082	36.34	0.01623	51.12
0.005515	19.66	0.01093	36.67	0.01635	51.40
0.005628	20.04	0.01104	37.00	0.01646	51.69
0.005741	20.41	0.01115	37.33	0.01657	51.97
0.005854	20.79	0.01127	37.66	0.01669	52.25
0.005967	21.17	0.01138	37.99	0.01680	52.53
0.006079	21.54	0.01149	38.31	0.01691	52.81
0.006192	21.91	0.01161	38.64	0.01702	53.08
0.006305	22.28	0.01172	38.96	0.01714	53.36

**Momentos flexionantes y cortantes en vigas y losas**

	<p>Libremente apoyada</p> $V_{ab} = \frac{w \cdot l}{2} \bullet M_{+} = \frac{w \cdot l^2}{8}$
	<p>Apoyada y empotrada</p> $V_a = \frac{5 \cdot w \cdot l}{8} \bullet V_b = \frac{3 \cdot w \cdot l}{8}$ $M_{-} = \frac{w \cdot l^2}{8} \bullet M_{+} = \frac{9 \cdot w \cdot l^2}{128}$
	<p>Doblemente empotrada</p> $V_{ab} = \frac{w \cdot l}{2} \bullet M_{-} = \frac{w \cdot l^2}{12} \bullet M_{+} = \frac{w \cdot l^2}{24}$
	<p>Cantiliber o voladizo</p> $V_a = w \cdot l \bullet M_{-} = \frac{w \cdot l^2}{2}$

## GLOSARIO

**Resistencia de Materiales:** Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo suceden dos cosas. Primero, en el interior del cuerpo se originan fuerzas que resisten a las fuerzas externas. A estas fuerzas resistentes o esfuerzos se les denomina simplemente fuerzas internas. Segundo, las fuerzas externas producen deformaciones, o sea, cambios en la forma del cuerpo.

La resistencia de materiales es el estudio de las propiedades de los cuerpos sólidos que les permite resistir la acción de las fuerzas externas, el estudio de las fuerzas internas en los cuerpos y de las deformaciones ocasionadas por las fuerzas externas.

A diferencia de la Estática, que trata del estudio de las fuerzas que se inducen en las diferentes componentes de un sistema, analizándolo como cuerpo rígido, la Resistencia de Materiales se ocupa del estudio de los efectos causados por la acción de las cargas externas que actúan sobre un sistema deformable.

**Propiedades mecánicas de los materiales:** cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo, se presentan fuerzas resistentes en las fibras del cuerpo que llamaremos fuerzas internas. Fuerza interna es la resistencia interior de un cuerpo a una fuerza externa. Cuando usamos el término esfuerzo, que-remos decir la magnitud de la fuerza por unidad de área.

**Resistencia:** la resistencia de un material es la propiedad que tienen para resistir la acción de las fuerzas. Los tres esfuerzos básicos son los de compresión, tensión y cortante. Por lo tanto, al hablar de la resistencia de un material deberemos conocer el tipo de esfuerzo a que estará sujeto. Por ejemplo, los esfuerzos de tensión y compresión del acero estructural son casi iguales, mientras que el fierro vaciado es más resistente a compresión y relativamente débil en tensión.

**Rigidez:** La propiedad que tiene un material para resistir deformaciones se llama rigidez. Si, por ejemplo, dos bloques de igual tamaño, uno de acero y otro de madera están sujetos a cargas de compresión, el bloque de madera se acortará más que el de acero. La deformación (acortamiento) de la madera es probablemente 30 veces mayor que la del acero, y decimos que éste último es, por lo tanto, más rígido.

**Elasticidad:** es la habilidad de un material para recuperar sus dimensiones originales al retirar el esfuerzo aplicado.

**Plasticidad:** es la capacidad de un material para deformarse bajo la acción de un esfuerzo y retener dicha acción deformación al retirarlo.

**Ductilidad:** es la habilidad de un material para deformarse antes de fracturarse. Es una característica muy importante en el diseño estructural, puesto que un material dúctil es usualmente muy resistente a cargas de impacto. Tiene además la ventaja de “avisar” cuando va a ocurrir la fractura, al hacerse visible su gran deformación.

**Fragilidad:** es lo opuesto de ductilidad. Cuando un material es frágil no tiene resistencia a cargas de impacto y se fractura aún en carga estática sin previo aviso.

**Límite de proporcionalidad:** es el punto de la curva en la gráfica de esfuerzo-deformación, hasta donde la deformación unitaria es proporcional al esfuerzo aplicado.

**Punto de cedencia:** es el punto en donde la deformación del material se produce sin incremento sensible en el esfuerzo.

**Resistencia última:** es el esfuerzo máximo basado en la sección transversal original, que puede resistir un material.

**Resistencia a la ruptura:** es el esfuerzo basado en la sección original, que produce la fractura del material. Su importancia en el diseño estructural es relativa ya que al pasar el esfuerzo último se produce un fenómeno de inestabilidad.

**Modulo de elasticidad:** es la pendiente de la parte recta del diagrama de esfuerzo deformación y por consiguiente, la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación unitaria. Se denomina con la letra E y su valor para el acero es de 2,100,000 kg./cm<sup>2</sup>, la madera varía entre 77,300 y 1,237,500 kg./cm<sup>2</sup>, y del concreto es de  $10,000 \sqrt{f'c}$ , en donde  $f'c$  es la resistencia del concreto en kg./cm<sup>2</sup>.

## BIBLIOGRAFÍA

- GAULD, Bryan, *Structures for architects*, England 1988, edit. Longman Scientific & Technical, 174 pp.
- MATTHEIß, Jürgen, *Hormigón. Armado, armado aligerado, pretensado*, España 1980, edit. Reverte, 236 pp.
- SCHUELLER, Wolfgang, *High-Rise building structures*, EEUU 1977, edit. John Wiley & Sons, 274 pp.
- COWAN, Henry, *Design of reinforced concrete structures*, EEUU, 1982, edit. Prentice-Hall, 286 pp.
- GONZÁLEZ Oscar, y Francisco ROBLES, *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*, México 1990, edit. Limusa, 675 pp.
- TORRES, Marco Aurelio, *Concreto. Diseño plástico. Teoría elástica*, México 1989, edit. Patria, 329 pp.
- MELI, Roberto, *Diseño estructural*, México 1990, edit. Limusa, 582 pp.
- GONZÁLEZ, Ignacio, *Análisis de estructuras arquitectónicas*, México 1992, edit. Trillas, 173 pp.
- PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, *Diseño de edificios de concreto de poca altura*, México 1990, edit. Limusa.
- PARK, R, y T. PAULAY, *Estructuras de concreto reforzado*, México 1983, edit. Limusa, 796 pp.
- IMCA, *Manual de construcción en acero*, vol. 1, México 1990 edit. Limusa, 236 pp.
- ARNOLD, Christopher, y Robert, REITHERMAN, *Configuración y diseño sísmico de edificios*, México 1995, edit. Limusa, 298 pp.
- GREEN, Norman, *Edificación, diseño y construcción sismoresistente*, España 1980, edit. Gustavo Gili, 155 pp.
- MOISSET, Daniel, *Intuición y razonamiento en el diseño estructural*, Colombia 1992, edit. Escala, 200 pp.
- AMBROSE, James, *Estructuras*, México 1997, edit. Limusa, 844 pp.
- CHIÑAS, Miguel, *Cálculo estructural*, México 1990, edit. Trillas, 293 pp.
- JOHNSTON, Bruce G., et. al. *Diseño básico de estructuras de acero*, México 1989, edit. Prentice-Hall, 395, pp.
- FRANCIS, A. J., *Introducción a las estructuras. Para arquitectura e ingeniería*, México 1984, edit. Limusa, 316 pp.
- BRESLER, Boris, *Diseño de estructuras de acero*, México 1988, edit. Limusa, 926 pp.
- BOWLES, Joseph, *Diseño de acero estructural*, México 1984, edit. Limusa, 602 pp.
- ARNAL, Luis y Max BETANCOURT, *Reglamento para Construcciones para el Distrito Federal. Ilustrado y comentado*, México 1994, edit. Trillas, 731 pp.
- PARKER, Harry, *Texto simplificado de Mecánica y resistencia de materiales*, México 1991, edit. Limusa, 307 pp.
- PERKER, Harry, *Diseño simplificado de concreto reforzado*, México 1988, edit. Limusa, 272 pp.

- PARKER, Harry, *Ingeniería simplificada para arquitectos y constructores*, México 1988, edit. Limusa, 363 pp.
- AMBROSE, James, *Diseño simplificado de estructuras de edificios*, México 1988, edit. Limusa, 267 pp.
- PARKER, Harry, *Diseño simplificado de armaduras de techo para arquitectos y constructores*, México 1988, edit. Limusa, 289 pp.
- PARKER, Harry, *Diseño simplificado de estructuras de madera*, México 1988, edit. Limusa, 294 pp.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, *Reglamento de las construcciones de concreto reforzado (ACI-318-83) y comentarios*, México 1990, edit. Limusa, 597 pp.
- PRENZLOW, C., *Cálculo de estructuras por el método de Cross*, México 1986, edit. Gustavo Gili, 215 pp.
- GONZÁLEZ, Alejandro, *Análisis geométrico de cubiertas*, México 1993, edit. UNAM, 101 p.
- CASTRO, Antonio, *Historia de la construcción arquitectónica*, España 1995, edit. UPC, 344 pp.
- BAUD, C., *Tecnología de la construcción*, España 1995, edit. Blume, 447 pp.